



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

IBE  *entuzjaści
edukacji*

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Nauczanie matematyki w szkole podstawowej

Raport z badania



Autorzy:

Marcin Karpiński

Małgorzata Zambrowska

Badanie zostało przygotowane przez Pracownię Matematyki IBE w składzie:

Monika Czajkowska

Marzenna Grochowalska

Jerzy Janowicz

Marcin Karpiński

Jacek Lech

Margaryta Orzechowska

Agnieszka Sułowska

Małgorzata Zambrowska

Recenzenci:

prof. dr hab. Zbigniew Marciniak

dr hab. Ewa Swoboda

Wydawca:

Instytut Badań Edukacyjnych

ul. Górczewska 8

01-180 Warszawa

tel. (22) 241 71 00; www.ibe.edu.pl

© Copyright by: *Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa, 2015*

Publikacja opracowana w ramach projektu systemowego: *Badanie jakości i efektywności edukacji oraz instytucjonalizacja zaplecza badawczego*, współfinansowanego przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego, realizowanego przez Instytut Badań Edukacyjnych.

Egzemplarz bezpłatny

Spis Treści

Spis Treści	3
1. Wstęp	4
2. Opis badania	5
2.1 Cele badania	5
2.2. Plan badania	5
2.3. Narzędzia badawcze.....	6
2.3.1. Formularz obserwacji lekcji.....	6
2.3.2. Wywiad grupowy i ankieta audytoryjna z uczniami.....	7
2.3.3. Wywiad indywidualny z nauczycielem	7
2.3.4. Test matematyczny dla uczniów	7
3. Wyniki badania	9
3.1 Wyniki badania klas III	9
3.1.1. Sposób postrzegania, interpretowania i realizacji podstawy programowej z matematyki przez nauczycieli klas III szkoły podstawowej	9
3.1.2. Stosowane przez nauczycieli metody nauczania.....	10
3.1.3. Nieporadność matematyczna nauczycieli.....	18
3.1.4 Postawy uczniów wobec matematyki i uczenia się matematyki	19
3.1.5. Umiejętności typowe a umiejętność rozumowania	20
3.1.6. Wnioski z badania klas III.....	25
3.2 Wyniki badania klas V	26
3.2.1. Sposób postrzegania, interpretowania i realizacji podstawy programowej z matematyki przez nauczycieli klas V szkoły podstawowej.....	26
3.2.2. Stosowane przez nauczycieli metody nauczania.....	27
3.2.3. Brak swobody matematycznej nauczycieli.....	34
3.2.4. Postawy uczniów wobec matematyki i uczenia się matematyki	34
3.2.5 Umiejętności typowe a umiejętność rozumowania	36
3.2.6. Wnioski z badania klas V	40
4. Podsumowanie i rekomendacje	42

1. Wstęp

Głównym celem opisywanego w tym raporcie badania jakościowego było poznanie i ocena sposobów nauczania matematyki w szkole podstawowej. W ramach tego celu mieściło się też określenie sposobów realizacji podstawy programowej w zakresie wymagań odnoszących się do matematyki – zwłaszcza w zakresie wymagań ogólnych czyli celów kształcenia oraz umiejętności, które powinien posiadać uczeń kończący szkołę podstawową. Wyniki badania pozwalają na identyfikację mocnych i słabych stron praktyki nauczania matematyki na I i II etapie edukacyjnym oraz dają podstawę do wskazania rekomendacji zmierzających do poprawienia jakości nauczania matematyki.

W połączeniu z wynikami wcześniej przeprowadzonego *Badania nauczania matematyki w gimnazjum* otrzymujemy tym samym przegląd stylów i metod nauczania matematyki na pierwszych trzech etapach edukacji. Takie całościowe spojrzenie pozwala uchwycić najważniejsze obszary wymagające interwencji.

Stosunkowo niewielki zakres badania, jaki i rodzaj użytych w nim narzędzi nie dają podstaw do ogólnej oceny jakości nauczycieli zajmujących się nauczaniem matematyki w Polsce. Wyniki badania mogą być jednak elementem takich analiz w połączeniu z wynikami innych badań¹.

Badanie obejmowało 40 wylosowanych szkół podstawowych z czterech województw. W 20 szkołach podstawowych wylosowano do badania klasę III wraz z nauczycielem prowadzącym w tym oddziale zajęcia edukacji matematycznej, w kolejnych 20 wylosowano do badania po jednym oddziale klasy V wraz z nauczycielem prowadzącym w tym oddziale lekcje matematyki. Wniosków z badania nie można więc uogólniać, w sensie statystycznym, na wszystkie szkoły podstawowe w Polsce. Celem badania było uzyskanie pogłębionego wglądu w sposoby nauczania matematyki i w problemy związane z realizacją podstawy programowej, a nie ilościowa diagnoza poszczególnych problemów.

Badanie zostało zaprojektowane tak, aby można było ocenić zróżnicowanymi narzędziami praktykę nauczania matematyki na I i II etapie edukacji szkolnej oraz wstępnie rozpoznać szkolne czynniki warunkujące osiąganie efektów kształcenia opisanych w nowej podstawie programowej. Wyniki badania pomogą wskazać szanse i zagrożenia dla realizacji podstawy programowej wynikające ze stylów i tradycji nauczania matematyki.

Analiza całości wyników badania skłania do sformułowania następujących wniosków, wspólnych dla obu etapów:

- cele ogólne kształcenia matematycznego są ignorowane, nie są dyrektywą dla stylu pracy nauczyciela ani realizowanych przez niego metod pracy;
- cele szczegółowe podstawy programowej związane z wprowadzaniem i stosowaniem narzędzi matematycznych są dość dobrze realizowane;

¹ Na przykład w połączeniu z wynikami *Badania potrzeb nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej i nauczycieli matematyki w zakresie rozwoju zawodowego*, przeprowadzonego przez Pracownię Matematyki IBE w latach 2013-2014.

- styl pracy na lekcjach często nie jest zgodny z potrzebami ani możliwościami dzieci – na ogół manifestują one większe zarówno potrzeby, jak i możliwości, niż są im oferowane;
- nauczyciele zazwyczaj nie potrafią reagować na potrzeby, pytania i wątpliwości uczniów; brakuje im umiejętności komunikacji z uczniami, zwłaszcza umiejętności odbierania komunikatów od uczniów;
- styl nauczania matematyki stosowany przez nauczycieli zazwyczaj prowadzi jedynie do przekazywania wiedzy matematycznej i prostych algorytmów rozwiązywania zadań, a więc w dużej mierze omija ogólne cele nauczania;
- nauczyciele wiedzą, że powinni stosować różnorodne metody nauczania, ale w praktyce szkolnej na ogół tego nie robią;
- na lekcjach dominuje ćwiczenie prostych umiejętności narzędziowych;
- widoczny w nauczaniu zbyt silny nacisk na ćwiczenie umiejętności rozwiązywania typowych zadań może powodować u części uczniów niechęć do samodzielnego poszukiwania rozwiązań problemów matematycznych, a w rezultacie niechęć do matematyki.

Dla zachowania czytelności, wyniki badania zostaną przedstawione osobno dla pierwszego, a osobno dla drugiego etapu edukacyjnego.

2. Opis badania

2.1 Cele badania

Celem badania było poznanie i ocena sposobów nauczania matematyki oraz określenie stanu i sposobów realizacji podstawy programowej w zakresie wymagań odnoszących się do matematyki w szkole podstawowej.

2.2. Plan badania

Badanie jakościowe klas trzecich i piątych zrealizowano w okresie od 20.11.2013 do 30.01.2014 w 40 szkołach podstawowych z czterech województw: dolnośląskiego, mazowieckiego, podlaskiego i pomorskiego. W 20 szkołach badaniu poddane były klasy trzecie i także w 20 szkołach (innych) klasy piąte. W każdym województwie badanie zostało przeprowadzone w 10 placówkach (po 5 dla każdego z dwóch badanych poziomów). Próba miała charakter celowy. Założono, iż w próbie dla danego poziomu znajdą się: 5 szkół zlokalizowanych na wsi, 5 szkół zlokalizowanych w miastach do 20 tysięcy mieszkańców, 5 szkół zlokalizowanych w miastach 20-100 tysięcy mieszkańców oraz 5 szkół zlokalizowanych w miastach powyżej 100 tysięcy mieszkańców.

Aby uzyskane wyniki były jak najbardziej wiarygodne została zastosowana triangulacja metodologiczna, polegająca na wykorzystaniu w toku badania różnych metod, technik oraz źródeł pozyskiwania informacji. Badanie uczniów zostało przeprowadzone z wykorzystaniem ankiety audytoryjnej, wywiadów grupowych oraz testów matematycznych; badanie nauczycieli - z wykorzystaniem wywiadów indywidualnych. Badanie uczniów i nauczycieli miało wspólne obszary badawcze, a dopełnieniem i weryfikacją obrazu tu uzyskanego była obserwacja czterech kolejnych lekcji matematyki w każdej z badanych klas. Otrzymany w ten sposób materiał umożliwił spojrzenie na badane zagadnienia z różnych punktów widzenia.

2.3. Narzędzia badawcze

Dla uzyskania możliwie pełnego obrazu nauczania matematyki w każdej z 40 wylosowanych szkół posłużono się następującymi narzędziami badawczymi:

- obserwacje jawne, nieuczestniczące czterech kolejnych lekcji matematyki prowadzonych przez tego samego nauczyciela;
- badanie uczniów – ankieta audytoryjna oraz wywiady grupowe;
- test matematyczny dla uczniów;
- indywidualny wywiad z nauczycielem.

Narzędzia badawcze zostały przygotowane w taki sposób, aby było możliwe uzyskanie jak najpełniejszego obrazu nauczania matematyki w każdej z klas. Każde z użytych narzędzi (poza testem dla uczniów, który pełnił inną rolę) obejmowało te same obszary badawcze.

W każdym z badanych oddziałów klas III użyto tych samych narzędzi badawczych. Podobnie w każdym z badanych oddziałów klas V. Narzędzia dla uczniów klas III i V nie różniły się między sobą znacząco, zostały jednak dostosowane do wieku uczniów objętych badaniem.

2.3.1. Formularz obserwacji lekcji

W badanych klasach przeszkoleni obserwatorzy przeprowadzili obserwacje czterech kolejnych lekcji edukacji matematycznej (klasy III) lub matematyki (klasy V). Podczas lekcji prowadzili szczegółowe notatki dotyczące przebiegu lekcji, pracy i zachowania uczniów, czynności wykonywanych przez nauczyciela. Notatki zawierały także wszystkie pytania zadawane przez uczniów i nauczyciela, odpowiedzi uczniów, zapis treści zadań rozwiązywanych na lekcji i zadawanych jako praca domowa oraz szczegółowy opis lekcji. Na podstawie notatek obserwator uzupełniał przygotowany *Formularz obserwacji lekcji*. Formularz był podzielony na kilka obszarów i podobszarów:

- informacje o obserwowanej klasie,
- przebieg zajęć
 - sposób sprawdzania pracy domowej,
 - przedstawienie celu i tematyki zajęć,
 - proces rozwiązywania problemów matematycznych,
 - realizacja podstawy programowej,
 - tempo zajęć i ich posumowanie,
 - zadawanie i wyjaśnianie pracy domowej
- organizacja zajęć
 - formy pracy stosowane podczas zajęć,
 - pomoce dydaktyczne użyte podczas zajęć,
 - zarządzanie czasem zajęć.
- postawa uczniów i nauczyciela podczas zajęć
 - aktywność uczniów;
 - relacja nauczyciela z uczniami;
 - motywowanie uczniów przez nauczyciela;
 - informacja zwrotna.

2.3.2. Wywiad grupowy i ankieta audytoryjna z uczniami

Wybrani uczniowie badanych klas uczestniczyli w wywiadzie grupowym. Do wywiadu zapraszani byli ci uczniowie z klas III, którzy w opinii nauczyciela byli przeciętnie uzdolnieni matematycznie, a w klasach V byli to uczniowie, których ocena z matematyki na koniec poprzedniego roku szkolnego była trójką lub czwórką. W FGI uczestniczyło od pięciu do dziesięciu uczniów. Scenariusz *Wywiadu grupowego* był podzielony na kilka obszarów:

- postawy uczniów wobec matematyki;
- zachowania uczniów podczas nauki matematyki;
- sposób prowadzenia lekcji przez nauczyciela w tym lekcji obserwowanych podczas badania.

Wszyscy uczniowie uczestniczący w badaniu wypełnili *Ankietę audytoryjną*. Ankieta była podzielona na kilka bloków, które dotyczyły:

- przydatności matematyki i stosunku uczniów do matematyki;
- przyczyn trudności w uczeniu się matematyki;
- dodatkowych zajęć z matematyki;
- codziennych i obserwowanych w badaniu lekcji matematyki.

2.3.3. Wywiad indywidualny z nauczycielem

Z każdym nauczycielem badanej klasy został przeprowadzony wywiad indywidualny. Podobnie jak inne narzędzia, scenariusz *Wywiadu indywidualnego* był podzielony na kilka obszarów:

- znajomość i ocena przez nauczyciela nowej podstawy programowej;
- przygotowanie do lekcji;
- przebieg lekcji, postawa uczniów i nauczyciela podczas lekcji;

2.3.4. Test matematyczny dla uczniów

Wszyscy uczniowie uczestniczący w badaniu rozwiązywali test z zadaniami matematycznymi. Test matematyczny miał specyficzną konstrukcję. Jego celem było zbadanie, czy (i ew. jaki) jest związek między umiejętnością radzenia sobie przez uczniów z typowymi, narzędziowymi zadaniami a umiejętnością stosowania matematyki w zadaniach nietypowych.

Zadania nietypowe są zwykle dla uczniów trudniejsze. Tak też było w tym teście. W badaniu nie chodziło jednak jedynie o ustalenie poziomów umiejętności rozwiązywania typowych i nietypowych zadań. Chodziło o zbadanie, jaki jest związek między tymi dwiema umiejętnościami i jaki ma na to wpływ sposób nauczania matematyki.

Żadne z zadań testu nie wykraczało poza podstawę programową, ale niektóre z nich były tak dobrane, by niemal na pewno uczniowie wcześniej z zadaniami takiego typu się nie spotkali. Test został

przygotowany w dwóch wersjach, A oraz B. Wersje testu w poszczególnych klasach były przydzielane w taki sposób, aby uczniowie siedzący obok siebie rozwiązywali różne wersje testu.

3. Wyniki badania

3.1 Wyniki badania klas III

Badanie jakościowe klas III zrealizowano w dniach 20-30 listopada 2013 r w 20 szkołach podstawowych z 4 województw: dolnośląskiego, mazowieckiego, podlaskiego i pomorskiego. W każdym województwie badanie zostało przeprowadzone w 5 wylosowanych placówkach. Próba szkół miała charakter celowy. Obserwacji poddano 80 lekcji edukacji matematycznej – 4 kolejne lekcje w każdej z klas objętych badaniem. Moderatorzy przeprowadzili też 20 wywiadów indywidualnych z nauczycielami badanych oddziałów oraz 20 wywiadów grupowych z uczniami. Ponadto dzieci z każdego badanego oddziału pisały test matematyczny oraz wypełniały ankietę audytoryjną. W części testowej badania uczestniczyło 375, w części ankietowej 388 uczniów.

3.1.1. Sposób postrzegania, interpretowania i realizacji podstawy programowej z matematyki przez nauczycieli klas III szkoły podstawowej

Podstawa programowa i program nauczania jest przez badanych nauczycieli klas III utożsamiany z podręcznikiem, z którego nauczyciel korzysta. Swoją znajomość podstawy programowej nauczyciele oceniają jako dobrą lub bardzo dobrą. Najważniejszy element podstawy to według nauczycieli wymagania szczegółowe. Cele ogólne opisane w podstawie często są nauczycielom nieznane. Jeśli są one wdrażane w praktyce to mało świadomie, głównie poprzez realizowanie wymagań szczegółowych w sposób zaproponowany w podręczniku. Nauczyciele nie znają także wymagań ogólnych dla przedmiotu matematyka dla II etapu edukacyjnego. Uprawnione wydaje się więc stwierdzenie, że nauczyciele I etapu edukacyjnego nie mają świadomości, że nauczanie matematyki na wszystkich etapach kształcenia powinno być spójne co najmniej w zakresie celów nauczania.

Z zapisów podstawy programowej nauczyciele korzystają najczęściej, gdy przygotowują testy i sprawdziany, gdy wypełniają dziennik i podczas tworzenia oceny opisowej na świadectwa szkolne.

Jako sposoby pracy służące realizacji zapisów podstawy badani nauczyciele wymieniali nazwy metod dydaktycznych: czynnościowej, podającej, zabawy, problemowej, kruszenia, manipulacyjnej itp.

Metody aktywizujące i czynnościowe były często wskazywane jako cenne wprowadzenie do zajęć, stosowane podczas powtórzeń, albo jako przełamanie monotonii pracy z podręcznikiem. Dla większości nauczycieli nie stanowią one jednak codziennego elementu zajęć matematycznych. Sporo kontrowersji budzi u nauczycieli praca w grupach, która jest metodą stosowaną przez nich niezwykle rzadko. Główną tego przyczyną jest, zdaniem nauczycieli, zbyt duża liczba uczniów w klasie. Tłumaczenie to brzmi paradoksalnie (właśnie duża liczba uczniów powinna skłaniać do podzielenia klasy na mniejsze zespoły), ale w rozmowach z nauczycielami okazywało się, że chodzi o to, że nauczyciele są przekonani, że właściwa atmosfera pracy w klasie wymaga ciszy, a pracy w grupach nie są w stanie zorganizować tak, by dzieci się ze sobą nie rozmawiały. Takie wyjaśnienia wskazują, że nauczyciele nie rozumieją roli pracy zespołowej. Nie doceniają sytuacji, kiedy uczniowie prowadzą dyskusje, poszukują argumentacji, przekonują się nawzajem, budują własne strategie rozwiązywania problemów.

Większość badanych nauczycieli jest przekonana, że bardziej efektywna jest tradycyjna forma pracy ucznia w ławce z podręcznikiem i zeszytem. Inne metody, w szczególności te nazywane aktywizującymi, są przez nauczycieli traktowane jako uzupełnienie bądź urozmaicenie lekcji. Mają one według w opinii nauczycieli mniejszą wartość edukacyjną i są mniej skuteczne.

3.1.2. Stosowane przez nauczycieli metody nauczania

Rodzaje rozwiązywanych problemów matematycznych

Podczas wszystkich obserwowanych lekcji uczniowie, przynajmniej przez część czasu, rozwiązywali zadania. Najczęściej były to proste zadania rachunkowe. Zadania problemowe, czyli takie, które wymagały od ucznia rozumowania i stworzenia własnej strategii rozwiązania, stanowiły tylko 13% wszystkich zadań.

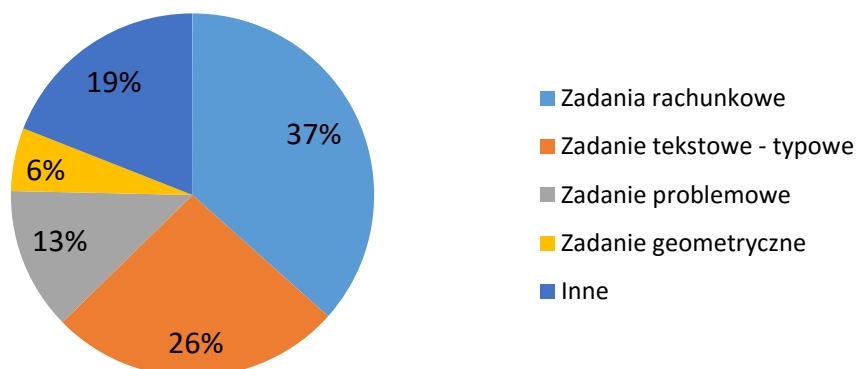


Diagram 1. Typy zadań rozwiązywanych podczas obserwowanych lekcji.

Organizacja pracy na lekcji

O ile rodzaj zadań (rachunkowe, geometryczne) był prawdopodobnie związany z realizowanymi właśnie przez nauczyciela treściami kształcenia, to typ zadania i sposób pracy z nimi jest niezależny od tych treści. Nauczyciele zazwyczaj tak organizują pracę, że cała klasa pracuje w tym samym czasie nad tym samym zadaniem czy problemem. Podczas obserwowanych lekcji tak było przy rozwiązywaniu 85% zadań. Jednym ze skutków takiej organizacji pracy były kłopoty z utrzymaniem optymalnego tempa pracy uczniów. Przy niemal co drugim rozwiązywanym w klasie zadaniu byli uczniowie, którzy rozwiązywali je szybciej od innych i musieli czekać aż pozostali skończą swoją pracę. *Jeszcze dwie osoby nie skończyły, czekamy* (Obserwacja lekcji). Trzy razy rzadziej zdarzało się, że jakiś uczeń nie zdążył rozwiązać poprzedniego problemu, gdy nauczyciel postawił już kolejne zadanie. Widać stąd, że przy tym powszechnie obowiązującym stylu pracy klasa dostosowuje się zwykle do tempa pracy słabszych uczniów.

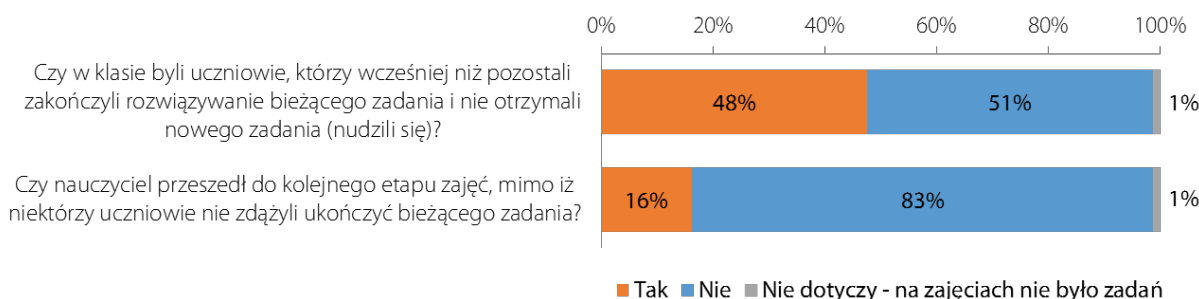


Diagram 2. Zróżnicowanie tempa pracy uczniów podczas lekcji.

Indywidualizacja nauczania

Badani nauczyciele wiązali indywidualizację pracy na lekcjach matematyki z szybkością przyswajania przez uczniów nowych treści matematycznych. Indywidualizacja nauczania jest w związku z tym oparta na podziale uczniów na szybszych i wolniejszych. W praktyce za uzdolnionego matematycznie nauczyciele uważają takiego ucznia, który szybciej rozwiązuje zadania

Nauczyciele deklarowali, że indywidualizując pracę z uczniami najczęściej:

- uczniom zdolnym dają do rozwiązania trudniejsze zadania z podręcznika albo dodatkowe karty pracy,
- uczniom słabym pozwalają na wolniejsze tempo pracy i wspierają tych uczniów podczas rozwiązywania zadań.

Tylko podczas $\frac{1}{4}$ obserwowanych lekcji nauczyciel indywidualizował pracę uczniów. Najczęściej tempo pracy dostosowywał do uczniów najsłabszych, a uczniom zdolnym dawał do rozwiązania dodatkowe zadania (ale dopiero po rozwiązaniu przez nich zadań, które rozwiązywali wszyscy).

Wydawałoby się, że najlepszą okazją do indywidualizacji nauczania są prace domowe. Nauczyciel, który dobrze rozpoznał potrzeby poszczególnych uczniów może polecić im do domu takie ćwiczenia, które odpowiadają tym potrzebom, różnym uczniom – różne. Tymczasem zawsze praca domowa była jednakowa dla wszystkich, tylko czasem nauczyciel dodawał trudniejsze zadania dla chętnych, ale także takie same dla wszystkich uczniów.

Sposoby pracy nauczycieli podczas rozwiązywania zadań z uczniami

Większość zadań rozwiązywanych na lekcjach jest rozwiązywana całą klasą jednocześnie. Zwykle nauczyciel zadaje uczniom pytania pomocnicze skierowane do wszystkich jednocześnie (ok. 90% przypadków) oraz sam odsłaniał kolejne etapy rozwiązania (ok. 70% przypadków). Tak się dzieje nawet wtedy, gdy uczniowie potrafili samodzielnie rozwiązać problem.

Na jednej z lekcji uczniowie szybko znaleźli rozwiązanie zadania tekstowego. – *Ja wiem, że wy narzucacie tempo, ale co trzeba powiedzieć, to trzeba powiedzieć* – powiedziała nauczycielka. Potem zadawała kolejne pytania pomocnicze, na które uczniowie posłusznie odpowiadali. Nie pozostawiła uczniom pola do własnej kreatywności, przeprowadziła ich przez rozwiązanie zadania „za rękę”.

Podczas obserwowanych lekcji zaobserwowano trzy dominujące sposoby postępowania nauczycieli podczas rozwiązywania z uczniami zadań:

- prowadzenie ucznia metodą szczegółowych pytań pomocniczych

Po przeczytaniu zadania nauczyciel zadał uczniowi, który miał rozwiązać zadanie, szereg szczegółowych pytań pomocniczych:

- *Ile same dzieci zapłacą za bilety?*

- *Ile osoba dorosła?*

- *Ile razem zapłacą za bilety?*

- *Która godzina jest napisana wprost?*

- *Które zwierzęta są karmione o tej godzinie?*

- *Skoro wiemy, że wielbłąd karmiony jest o 13, to proszę przeczytaj, o której godzinie są karmione lwy?*

W innym zadaniu, inny nauczyciel postępował bardzo podobnie:

- *Co kupiła ta dziewczynka?*
- *Czy pamiętasz, ile Marta miała na początku pieniędzy?*
- *Dokąd idzie się kupić książkę?*
- *Ile Marcie zostało reszty?*
- *Czyli ile wydałaś?*
- *Kto ułoży działanie?*
- *Kto sformułuje odpowiedź do zadania?*
- *Ile Kamil zapłacił za zakupy?*
- *Ile mu zostało na prezent dla pani nauczycielki na kwiaty?*

W ten sposób rzeczywista analiza związków zachodzących w zadaniu jest wykonywana przez nauczyciela, a nie ucznia. Zatraca się w ten sposób kształcenie jednego z najważniejszych elementów pracy nad zadaniem tekstowym – umiejętności wychwycenia struktury zadania.

■ pozorna praca wspólna z uczniami

Na tablicy nauczycielka przyczepiła 10 „półmisków” i przedstawiła zadanie:

Babcia kupiła 50 śliwek. Dziesięcioro dzieci postanowiło rozłożyć śliwki na 10 „półmiskach” – na każdym po tyle samo. Ile śliwek leżało na jednym „półmisku”?

Nauczycielka zadawała pytania całej klasie, a uczniowie odpowiadali głośno.

N: - *Ile babcia kupiła śliwek?*

U: - *Pięćdziesiąt.*

N: - *Ile jest talerzyków?*

U: - *Dziesięć.*

N: - *Ile śliwek będzie na każdym talerzyku?*

U: - *Pięć.*

Na koniec nauczycielka prosiła, aby jeden z uczniów przeliczył wszystkie śliwki na półmiskach i zapisała na tablicy działanie $50 : 10 = 5$.

Pozorność wspólnej pracy polega na tym, że na pytania zadawane przez nauczyciela dobrze odpowiadają tylko niektórzy uczniowie – być może na każde pytanie inny z nich. Nauczyciel wybiera poprawne odpowiedzi na swoje pytania i sam układa z nich rozwiązanie. W efekcie i u nauczyciela, i u uczniów powstaje mylne przekonanie, że uczniowie potrafią rozwiązać zadanie.

■ odslanianie kolejnych fragmentów rozwiązania

Po przeczytaniu przez uczniów treści zadania nauczycielka zapisuje na tablicy kolejno:

1 kg cukierków - 7zł

Koszt zakupu – 63 zł

Potem prosi o powtórne przeczytanie pytania. Potem powtarza: *Wiemy, że kilogram kosztuje 7zł, a za wszystko zapłacono 63zł, to co trzeba zrobić?*

Nauczycielka w ten sposób sama wyróżnia kolejne etapy rozwiązywania zadania, dokonuje ich analizy i sugeruje zastosowanie odpowiednich operacji matematycznych.

W Tabeli 1. zestawiono informacje o częstotliwości stosowania niektórych metod pracy i postawach nauczycieli przy rozwiązywaniu poszczególnych typów zadań. Różne typy zadań występowały oczywiście z różną częstością (zob. Diagram 1.). Odsetki podane w tabeli odnoszą się do liczby zadań danego rodzaju.

Warto zwrócić uwagę, że tylko przy rozwiązywaniu zadań rachunkowych nauczyciele nieco częściej ośmielali się dawać różnym uczniom różne zadania do rozwiązania. W ten sposób postępowali i tak niezbyt często, bo tylko przy rozwiązywaniu ok. 30% zadań rachunkowych. Przy pozostałych typach zadań niemal zawsze (w ok. 90% przypadków) wszystkie dzieci pracowały nad tym samym problemem jednocześnie.

Sposób pracy nad zadaniem	Typ zadania				
	Zadanie rachunkowe	Zadanie tekstowe - typowe	Zadanie problemowe	Zadanie geometryczne	Inne
Nauczyciel sprawdził, czy uczniowie zrozumieli treść zadania	37%	70%	61%	50%	44%
Wszyscy uczniowie rozwiązywali to samo zadanie w tym samym czasie	71%	92%	89%	88%	96%
Zadania rozwiązywane samodzielnie	44%	32%	11%	50%	33%
Zadania rozwiązywane przez ucznia przy tablicy	21%	11%	17%	0%	11%
Zadania z pozorną pracą wspólną	8%	22%	22%	25%	26%
Nauczyciel zadawał pytania pomocnicze	48%	76%	89%	50%	63%
Nauczyciel odsłaniał kolejne fragmenty rozwiązania	4%	32%	72%	13%	19%
Nauczyciel pytał uczniów o inne sposoby rozwiązania zadania	12%	22%	44%	38%	11%
Uczeń proponował/wpadł na inny sposób rozwiązania zadania	17%	24%	44%	13%	15%
Nauczyciel pokazał więcej niż jeden sposób rozwiązania zadania	15%	11%	22%	13%	15%

Uwaga: kolory obrazują, jak bardzo sposób pracy nad danym typem zadania wyróżnia się na tle pozostałych typów (porównania w wierszach). Przy każdej czynności typ zadania przy którym najczęściej stosowano dany sposób pracy oznaczony jest kolorem ciemnozielonym, a najrzadziej – czerwonym.

Tabela 1. Sposób pracy nad zadaniami – w zależności od rodzaju zadań.

Charakterystyczne są dane dotyczące pracy nad zadaniami problemowymi. Pytania pomocnicze nauczyciel zadawał najczęściej właśnie przy tym typie zadań – w prawie 90% przypadków. Na większość z nich jednak sam sobie odpowiadał, odsłaniając kolejne fragmenty rozwiązania zadania – w 72% przypadków.

Podczas obserwowanych zajęć zdarzyły się sytuacje, gdy nauczyciel pytał uczniów o inne sposoby rozwiązania zadania. Zdarzało się także, że uczniowie proponowali swoje sposoby rozwiązania. Miało to miejsce głównie podczas rozwiązywania zadań problemowych i dotyczyło tylko około 40% tego typu zadań. Podczas rozwiązywania typowych zadań tekstowych, czy zadań rachunkowych zdarzało się to już dwu- lub trzykrotnie rzadziej.

Zwraca uwagę również fakt, że uczniowie nieczęsto prezentują swoje rozwiązania na tablicy (najczęściej miało to miejsce przy prostych zadaniach rachunkowych, ale i tak tylko przy co piątym zadaniu). Dla zadań geometrycznych procent wynosił 0! A przecież na tym poziomie edukacyjnym największą ekspresyjność ma geometryczny przekaz wizualny, który powinien być tworzony przez ucznia.

Praca zespołowa

Nauczyciele unikają organizowania pracy zespołowej uczniów nawet przy takich typach zadań, które dobrze się do takiej pracy nadają, np. przy niektórych zadaniach problemowych. Jak widać na Diagramie 3., praca w grupach co najmniej trzyosobowych pojawiła się tylko przy 4% rozwiązywanych zadań, a praca w parach w kolejnych 3%.

Nauczyciele deklarują, że czasami stosują metody pracy zespołowej, ale mają do niej sporo zastrzeżeń.

Nie w każdej klasie sprawdza się praca w grupach, nie w każdej klasie również sprawdza się praca w parach, dzieci mają swoje sympatie, swoje antypatie, więc tutaj też trzeba być ostrożnym, (...). Dzieci mają do wykonania jakieś projekty, czy układanie krzyżówek matematycznych, wspólne, czy grupowe. Czy chociażby rozwiązywania zadań tekstowych jakimś sposobem, za pomocą jakiegoś wariantu, wymyślenie jakiegoś rozwiązania, więc praca w grupach tak, chociaż tak jak mówię, niezbyt często. Praca w parach również, czasem bywa tak, że gdy rozwiązujemy i sprawdzamy sprawność rachunkową, dzieci się wymieniają w parach zeszytami i sprawdzają koledze, czy koleżance, wtedy ta czujność matematyczna jest zdecydowanie większa(...). Oczywiście praca indywidualna też, więc te formy są różnicowane.

(IDI, nauczyciel).

Jednak we wspomnieniach uczniów praca w grupach pojawia się niezwykle rzadko. W żadnej z badanych klas ta forma pracy nie była regularnym elementem edukacji matematycznej. Formy pracy zespołowej zdarzały rzadko – kilka razy w roku. Uczniowie wspominali, że do momentu badania (koniec I semestru) w klasie trzeciej taka forma pracy zdarzyła się raz bądź dwa razy (bardzo często jednym z tych przypadków była lekcja obserwowana podczas badania).

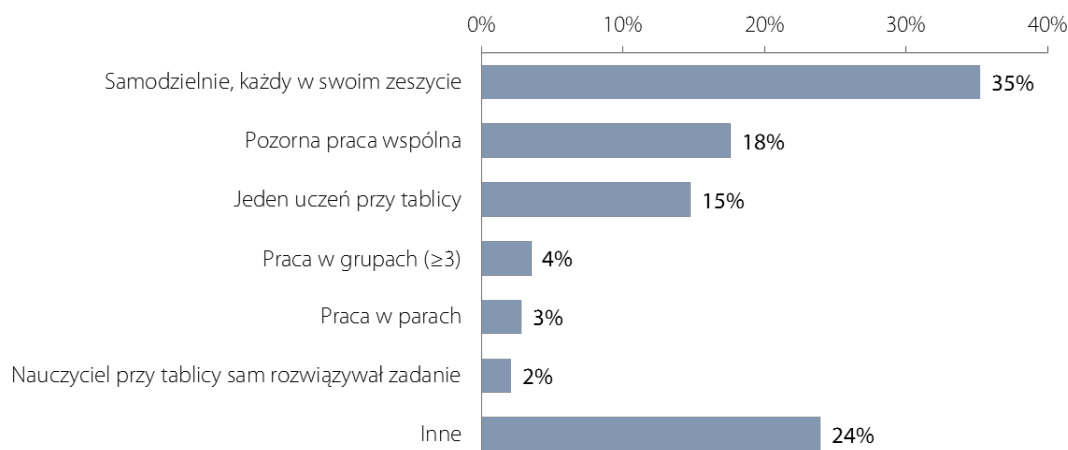


Diagram 3. Organizacja pracy uczniów podczas rozwiązywania zadań na lekcjach.

Nauczyciele swą niechęć do organizowania pracy zespołowej tłumaczą na przykład tak:

Spójrzmy prawdzie w oczy, w 30-osobowej klasie się nie da [pracować w grupach]. To są jakieś wysrane pomysły, które są nierealizowalne w szkole publicznej. Wyciągane są ze szkół specjalnych, przenoszone do nas jako innowacje. My – nauczyciele doświadczeni – mówimy, kto to tam wymyślił?
(IDI, nauczyciel)

Zamiast pracy zespołowej nauczyciele stosują metodę pozornej pracy wspólnej, która polega na tym, że nauczyciel zadaje pytania pomocnicze całej klasie i wychwytuje tylko poprawne odpowiedzi, traktując je jako efekt wspólnej pracy całej klasy.

Style pracy nauczycieli

Styl pracy nauczycieli na lekcjach edukacji matematycznej we wszystkich badanych szkołach był bardzo podobny. Charakterystyczne dla niego są trzy elementy:

- Lekcja jest tak zaplanowana, że nie ma na niej miejsca na własne dociekania i odkrycia uczniów. Uczniowie rzadko przekazują swoje własne pomysły, swój inny sposób podejścia do problemu. Zadawanie pytań przez uczniów występuje sporadycznie.
- Cała klasa pracuje nad tym samym zadaniem, a nauczyciel zadaje bardzo szczegółowe pytania pomocnicze, które są właściwie wskazaniem, jaki kolejny drobny krok ma wykonać uczeń.
- Niemal wszystkie komunikaty skierowane są od nauczyciela do ucznia, a uczniowie mają podążać za tokiem rozumowania nauczyciela lub naśladować wcześniej przez niego rozwiązany przykład.

Chcąc doprowadzić do poprawnego rozwiązania zadania, nauczyciele bardzo szybko korygują błędy popełniane przez uczniów, nie dając uczniom czasu na samodzielne zastanowienie się skąd błąd wynika.

Przykład

Uczeń miał obliczyć $28 - 15 =$. Podał odpowiedź „33”.

Nauczycielka natychmiast odpowiedziała mu tak: – *Tu* – pokazała palcem na początek działania – *masz liczbę 28, a ty mi podajesz większą liczbę, tak nie może być*”. (Obserwacja lekcji).

Taki, powszechnie stosowany styl pracy całą klasą powiązany ze sposobem prowadzenia lekcji opartym na dominującej roli nauczyciela może prowadzić do tłumienia u uczniów chęci samodzielnego poszukiwania rozwiązań, a nawet do zaniku wiary we własne możliwości matematyczne.

Praca domowa

Nauczyciele dość często zadają pracę domową, ale dużo rzadziej ją sprawdzają.

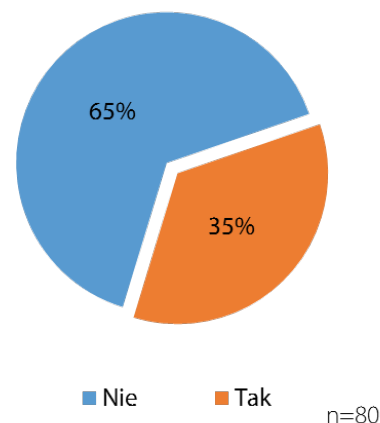
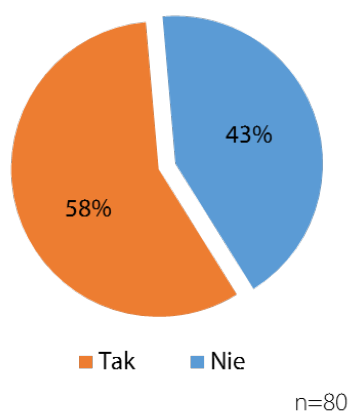


Diagram 4. Czy nauczyciel zadał pracę domową?

Diagram 5. Czy nauczyciel sprawdzał wykonanie pracy domowej?

Po prawie 60% z obserwowanych lekcji nauczyciele zadali pracę domową, ale prawie w połowie przypadków nie sprawdzili na kolejnej lekcji, czy ta praca została wykonana. Jeśli nauczyciel sprawdzał wykonanie pracy domowej, najczęściej było ono formalne - nauczyciel zaglądał do zeszytów kolejnych uczniów i sprawdzał, czy praca domowa została przez ucznia w zeszycie zapisana. Podobne informacje podali badani uczniowie. W ich odbiorze praca domowa nie stanowi istotnego fragmentu lekcji. Uczniowie częściej niż nauczyciele uważają, że nie każda praca domowa bywa sprawdzona.

Przy zadawaniu pracy domowej tylko w około połowie przypadków nauczyciel wyjaśniał uczniom, na czym ma ona polegać. Uczniowie rzadko zadawali pytania związane z zadawaną pracą domową. Zdarzyło się to na co szóstej lekcji, która kończyła się zadaniem pracy domowej.

Praca domowa nigdy nie była indywidualizowana: wszystkie dzieci dostawały do rozwiązania te same zadania. Ten styl postępowania powoduje, że praca domowa pełni bardziej funkcję sprawdzianu i utrwalenia, niż rozwijania tych umiejętności, których aktualnie uczniowi najbardziej brakuje.

Zadania problemowe, wymagające od ucznia nietypowego rozumowania, częściej pojawiały się wśród zadań domowych, niż na lekcji. Nauczyciele tłumaczą to tak:

W klasie, przy dużej klasie, nie jest możliwe, by dziecko się skupiło, więc też czasem takie bardziej logiczne zadania są zadawane do domu, żeby dziecko mogło w spokoju...

(IDI, nauczyciel)

Pomoce używane podczas zajęć

Wszyscy badani nauczyciele mówili, że na lekcjach matematyki stosują bardzo szeroką gamę pomocy dydaktycznych. Najczęściej wskazywane były te, które zostały dostarczone wraz z pakietem podręczników: tablice demonstracyjne, liczydła, liczmany, gry, zastępniki pieniędzy, demonstracyjne zegary, indywidualne zegarki dla każdego ucznia.

Korzystam z takich pomocy, które otrzymałyśmy też od wydawnictwa. Jest na przykład taki kuferek, w którym były pomoce do matematyki. Były takie patyczki, najpierw długie, bardzo lubiane przez dzieci, ponieważ były bardzo dobre do wprowadzania liczb. I do liczenia. One były takie długie, można było też budować figury geometryczne, jakieś obrazki, bardzo chętnie pracowały dzieci.(...) ofiarowane tam przez wydawnictwo.

(IDI, nauczyciel).

Jeśli otrzymane z wydawnictwa materiały nie wystarczały, wtedy nauczyciele korzystają:

- z pomocy dostępnych w szkole,
- z wcześniej zgromadzonych pomocy z własnych zbiorów,
- z samodzielnie wykonanych pomocy na potrzeby konkretnego zagadnienia lub też czasem pomocy zakupionych z własnych środków finansowych.

Pomoce dostępne w szkole występują zazwyczaj w ograniczonej ilości i w części przypadków są już wysłużone. Podczas lekcji, te pojedyncze pomoce, przyjmują rolę eksponatu, który nauczyciel zazwyczaj stawia na swoim biurku, omawiając go podczas lekcji. Nauczyciele zdają sobie sprawę z ułomności takiego sposobu wykorzystania pomocy dydaktycznej.

W wyposażeniu szkoły znajdują się komputery, rzutniki oraz tablice multimedialne, lecz codzienny dostęp do nich był wskazany zaledwie przez dwóch nauczycieli (10%). W edukacji matematycznej nauczyciele rzadko wykonują prezentacje, czy pokazy filmowe. Wykorzystanie programów komputerowych, czy też stron dydaktycznych o tematyce matematycznej zdarza się podczas zajęć informatycznych i jest traktowane nie jako pełnoprawna forma edukacji, lecz rozrywkowy element zajęć.

Czasem idziemy do sali z informatyki i czasem tam pani nam coś pokazuje na tablicy interaktywnej.

(FGI, uczniowie)

W wypowiedziach uczniów na temat powszechnie używanych pomocy szkolnych znajduje się podręcznik, zeszyt i/lub zeszyt ćwiczeń. Są to, w opinii uczniów, codzienne narzędzia pracy na matematyce, co znalazło potwierdzenie w obserwacjach lekcji.

Lekcje obserwowane a pozostałe lekcje edukacji matematycznej

Z wywiadów grupowych przeprowadzonych z uczniami można wnioskować, że w odczuciu uczniów w większości klas obserwowane lekcje różniły się znacznie od lekcji codziennych. Lekcje obserwowane były dokładniej przemyślane przez nauczyciela. Podczas obserwowanych zajęć wykorzystywał on wiele różnych pomocy dydaktycznych, rozwiązywał z uczniami więcej zadań niż zwykle i staranniej je tłumaczył. Atmosfera na tych lekcjach, w odczuciu uczniów, była znacznie przyjaźniejsza niż na co dzień.

Pani trochę więcej tłumaczyła, nie krzyczała. Więcej mówiła zadań, więcej dawała do domu i tak zawsze mogło być.

Tak samo było, tylko że Pani była tak jak ktoś się źle zachowywał to nie krzyczała od razu, tylko cicho mówiła.

Te same lekcje tylko, że trochę było bardziej ciekawiej.

[Pani] Inaczej mówiła tylko. Innym tonem takim. Takim łagodniejszym. I bardziej nas uczyła. I chyba więcej tłumaczyła.

(FGI, uczniowie)

Uczniowie zauważyli też, że i oni inaczej się zachowywali w obecności obserwatora. Czasem na polecenie pani, czasem bez szczególnych wytycznych byli grzeczniejsi.

Bo pani nam kazała być grzeczniej, niż zwykle.

Każdy inaczej się zachowywał niż na tych... Niż zawsze. Na przykład Kazik normalnie siedział pierwszy raz na lekcji.

(FGI, uczniowie)

Z wypowiedzi niektórych uczniów wynika też, że w tygodniu gdzie były obserwowane lekcje było więcej matematyki niż zwykle.

Ciągle robiliśmy matematykę, a wcale nie robiliśmy polskiego.

W polskim, w zeszycie już mamy na przykład czterdziestą lekcję, a dopiero w matematyce mamy chyba dziewiątą.

(FGI, uczniowie)

3.1.3. Nieporadność matematyczna nauczycieli

Podczas obserwowanych lekcji zauważalna była nieporadność matematyczna nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej. Objawiała się ona na przykład małą elastycznością w wyborze i modyfikacji sposobów rozwiązań zadań pod wpływem pomysłów uczniów, odrzucaniem nietypowych, ale poprawnych rozwiązań uczniowskich, dobieraniem niemal wyłącznie prostych zadań rachunkowych. Nie widać było, by podczas prowadzenia zajęć nauczyciele wykorzystywali i wzmacniali te intuicje, które będą uczniowi potrzebne na następnych etapach edukacyjnych.

Skutkiem niepewności matematycznej było też czasem dążenie do stosowania sztywnych reguł, które burzyły tok rozumowania uczniów. Zdarzało się też, że nauczyciel ustalał reguły, które nie miały związku z regułami obowiązującymi w matematyce. Jedna z nauczycielek na przykład przyjęła sztywną zasadę, że długość prostokąta to zawsze długość poziomego boku, a szerokość – pionowego.

Podczas jednej z obserwowanych lekcji uczniowie poprawnie obliczyli, że w pustą kratkę w równości $24 + \square = 80$ należy wpisać 56. Nauczycielka długo pytała, dlaczego wstawili akurat tę liczbę,

uczniowie nie bardzo wiedzieli, jakiej odpowiedzi oczekuje. W końcu jeden z uczniów powiedział, że $80 - 24 = 56$.

– *Właśnie o to mi chodzi* – odpowiedziała nauczycielka.

3.1.4 Postawy uczniów wobec matematyki i uczenia się matematyki

Uczniowie badanych klas trzecich lubią uczyć się matematyki. Potwierdzają to nauczyciele i rodzice uczniów. Uczniowie utożsamiają jednak matematykę z czterema działaniami arytmetycznymi i związanymi z nimi zadaniami tekstowymi. Uczniowie pytani o to, po co uczą się matematyki odpowiadają, że w życiu konieczna jest umiejętność liczenia.

Żeby nikt nas nie oszukał przy wydawaniu reszty.

Do wszystkich prac. Nawet w kopalni. Ile ładunków trzeba załadować.

Bo wszystko się oblicza.

Do liczenia kilogramów ziemniaków albo fasoli.

(FGI, uczniowie)

Z ankiety audytoryjnej przeprowadzonej wśród badanych trzecioklasistów wynika też, że uczą się matematyki, żeby mieć dobre oceny z tego przedmiotu (65%), dlatego, że interesują się matematyką (57%) oraz dlatego, że matematyka jest ciekawa (55%). Tylko 11% uczniów uczy się matematyki dlatego, że musi.

[Matematyka] Może się przydać w następnym życiu i można wiedzieć... Znaczy się w dorosłym życiu i można wiedzieć, że się nie będzie robić tak często błędów.

(FGI, uczniowie)

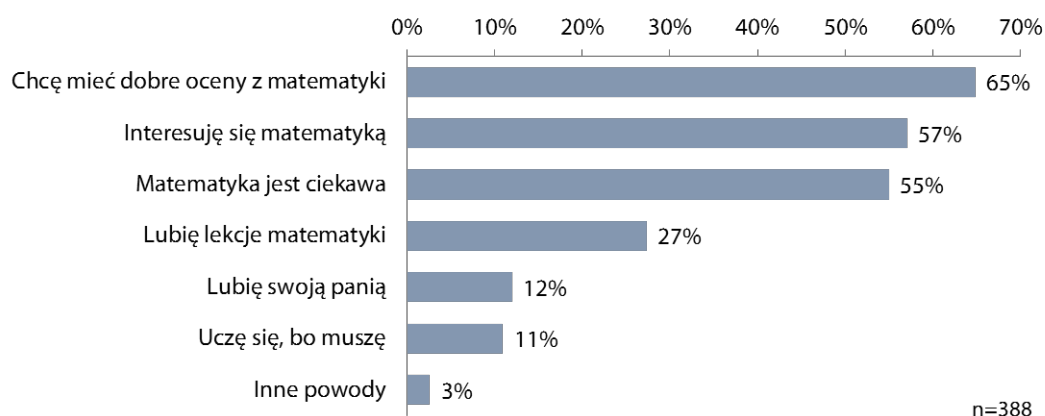


Diagram 6. Dlaczego uczysz się matematyki?

Z wypowiedzi uczniów wynika, że większości z nich matematyka nie sprawia trudności. Twierdzi tak aż 70% badanych. Potwierdzają to nauczyciele.

Bardziej lubią matematykę niż polski, nie lubią dzieci pisać [...]. Tu jest więcej takich zajęć połączonych z innymi formami, z malowaniem, z odgadywaniem czegoś, z rozwiązywaniem krzyżówek, no i dużo jest treści praktycznych, też takich powiązanych z życiem [...].

(IDI, nauczyciel)

Z analizy arkuszy obserwacyjnych wynika, że uczniowie są bardzo zaangażowani podczas lekcji matematyki. Większość z nich chętnie zabiera głos na zajęciach.



Diagram 7. Czy uczniowie chętnie i swobodnie zabierają głos na zajęciach z matematyki?

Nauczyciele zauważają, że większą aktywność uczniowie wykazują podczas zabaw i konkursów oraz wtedy, gdy pracują w grupach.

Mam klasę aktywną, nie mam z tym problemu. Także oni sami się rwą do odpowiedzi. Wiadomo te dzieci cichsze, słabsze, jednak wolą się nie wychylać, ale ja też biorę czasem te dzieci, które się nie zgłaszają, żeby też się stały aktywne. Bo te bystre dzieciaki to one w mig, jeszcze nie zdążę wytłumaczyć już jest ręka w górze, czy one mogą podejść i rozwiązać.

(IDI, nauczyciel)

Uczenie się matematyki uczniowie kojarzą przede wszystkim z odrabianiem zadanej przez nauczyciela pracy domowej. Z ankiety audytoryjnej wynika, że większość trzecioklasistów uczy się matematyki w domu codziennie (63%). Pozostali uczą się tylko na lekcji (15%) lub tylko przed sprawdzianem lub kartkówką (14%).

Z komputera w domu dzieci korzystają często, a do odrabiania lekcji wykorzystują go głównie jako kalkulator. Z wypowiedzi badanych trzecioklasistów wynika, że korzystanie z Internetu do nauki matematyki ogranicza się u nich do kilku portali, na których można grać on-line w gry, które według nich rozwijają umiejętności matematyczne oraz portali, za pomocą których można rozwiązywać zagadki czy przygotowywać się do konkursów. Uczniowie klas trzecich rzadko szukają w Internecie gotowych rozwiązań zadań.

3.1.5. Umiejętności typowe a umiejętność rozumowania

Tylko 13% zadań rozwiązywanych podczas obserwowanych lekcji to były zadania problemowe, wymagające od uczniów przeprowadzenia nowego dla nich, nieszablonowego rozumowania i zbudowania własnej strategii rozwiązania. Pozostałe to typowe zadania tekstowe lub obliczeniowe. Rozwiązywanie zadań problemowych rzecz jasna sprawia uczniom więcej trudności niż rozwiązywanie typowych zadań rachunkowych i tekstowych. Najczęstszą reakcją nauczycieli w wypadku kłopotów z nietypowym problemem było zadawanie serii pytań pomocniczych, która doprowadzała najczęściej do rozwiązania zadania pod pełną kontrolą nauczyciela. Uczniowie mieli wówczas wrażenie, że radzą sobie także z takimi nietypowymi problemami matematycznymi – w końcu zadanie zostało rozwiązane z ich udziałem. Nie zdają sobie sprawy, że właściwie nie rozwiązali problemu, a jedynie wykonywali proste instrukcje nauczyciela. Być może stąd bierze się częste przekonanie uczniów, że na klasówce zadania bywają trudniejsze niż na lekcji.

Test zadań

W czasie badania uczniowie rozwiązywali specjalnie przygotowany test. Składał się on z dwóch rodzajów zadań:

- typowych zadań rachunkowych lub tekstowych, wymagających jedynie opanowania podstawowych umiejętności matematycznych; z takimi zadaniami uczniowie na pewno spotkali się na lekcjach.
- zadań nietypowych, w których trzeba się było wykazać rozumieniem istoty używanych pojęć matematycznych i rozumowaniem. Takich zadań uczniowie na lekcjach mogli nie rozwiązywać.

Przykład zdania typowego:

Jaką liczbę należy wpisać w okienko?

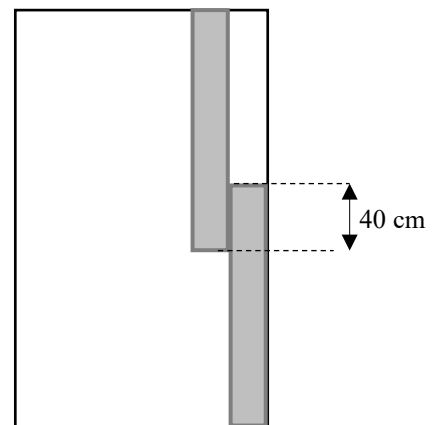
$$38 - 6 + 9 - 7 = \square$$

- A. 16 B. 34 C. 42 D. 60

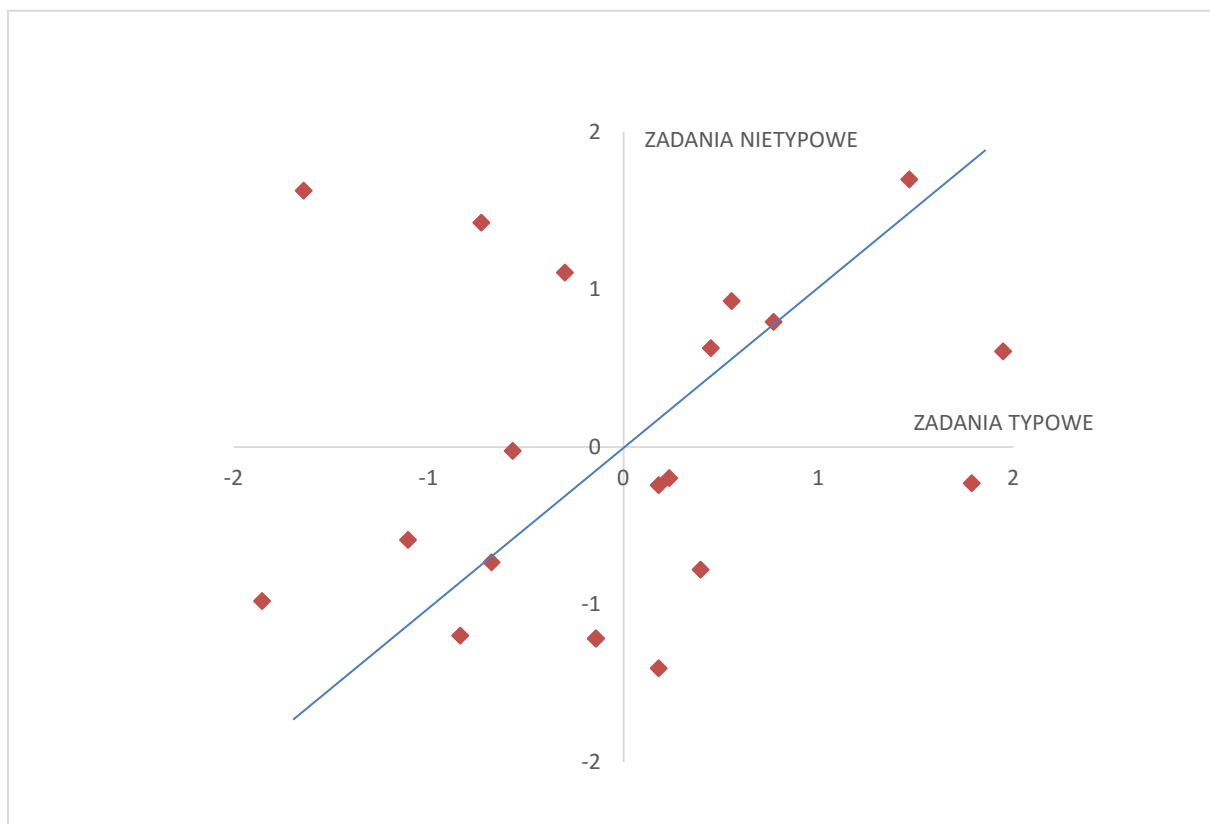
Przykład zadania nietypowego:

Maciek i Agata chcą zmierzyć wysokość drzwi. Mają dwie listewki, każdą o długości 130 cm. Na rysunku pokazano, w jaki sposób dzieci mierzą drzwi. Jaka jest wysokość drzwi?

- A. 170 cm
 B. 180 cm
 C. 220 cm
 D. 260 cm



Na Wykresie 1. przedstawiono wyniki poszczególnych badanych szkół. Każdy punkt reprezentuje jedną szkołę. Pierwsza współrzędna to wynik dla zadań typowych, druga współrzędna – wyniki dla zadań nietypowych.



Wykres 1. Związek między wynikami zadań typowych i zadań nietypowych.

Uwaga. Punktów na wykresie jest 19, a nie 20 (tyle szkół było badanych), bo dwie szkoły uzyskały identyczne wyniki w obu kategoriach zadań, więc reprezentuje je ten sam punkt.

Wyniki obu rodzajów zadań przedstawione są w tej samej znormalizowanej skali (średnia 0, odchylenie standardowe 1). Zatem szkoła, którą reprezentuje punkt (0,4, - 0,7) rozwiązywała zadania typowe o 0,4 odchylenia standardowego lepiej od średniego wyniku dla wszystkich szkół, a zadania nietypowe o 0,7 odchylenia standardowego gorzej od przeciętnego wyniku.

Gdyby szkoła miała taki sam rezultat w zadaniach typowych i nietypowych, punkt, który by ją reprezentował leżałby na niebieskiej linii zaznaczonej na wykresie. Zatem szkoły, które miały w zadaniach nietypowych gorsze rezultaty, niż w zadaniach typowych zaznaczone są poniżej niebieskiej linii. Szkoły, które w zadaniach nietypowych były lepsze, niż w typowych, zaznaczone są powyżej tej linii.

Jak widać, mniej więcej po tyle samo punktów znajduje się na wykresie po każdej ze stron niebieskiej linii. Więcej nawet, w każdej z czterech ćwiartek układu współrzędnych jest tyle samo szkół. Oznacza to, że ani opanowanie rachunków nie wystarczyła do rozwiązywania zadań wymagających rozumowania, ani umiejętność rozumowania nie gwarantowała dobrego radzenia sobie z prostymi rachunkami. Pierwsza część poprzedniego zdania wydaje się wielu nauczycielom oczywista. Są oni przekonani, że umiejętność rachowania to za mało, by rozwiązywać zadania problemowe. Niestety

dość powszechny jest także pogląd, że bez dobrego opanowania rachunków do zadań wymagających rozumowania w ogóle nie warto podchodzić. Często w wywiadach nauczyciele tłumaczyli niechęć do dawania na lekcjach zadań problemowych tym, że ich uczniowie są słabi i najpierw muszą opanować podstawowe umiejętności rachunkowe. Tymczasem, jak wynika z naszego badania, nawet słabi rachunkowo uczniowie są w stanie świetnie rozwiązywać zadania problemowe. Tak jak uczniowie ze szkoły reprezentowanej na wykresie punktem $(-1,6, 1,6)$ w lewym górnym rogu. Ci sami uczniowie stanowią też pewne ostrzeżenie dla tych nauczycieli, którzy uważają, że wystarczy uczniów nauczyć myśleć, a reszta sama przyjdzie. Nie zawsze przyjdzie. Umiejętności rachunkowe też trzeba ćwiczyć. W nauczaniu nie wolno zaniedbać żadnej z tych dwóch umiejętności, a jak się okazało ani jedna z nich nie pojawia się automatycznie po opanowaniu drugiej.

Na osiągnięte przez uczniów wyniki mogło mieć oczywiście wpływ wiele czynników. Predyspozycje uczniów, środowisko rodzinne, jakość materiałów edukacyjnych itp. Nie wszystkie z nich były możliwe do zidentyfikowania w tym badaniu. Wśród istotnych czynników jest jednak także sposób, w jaki dzieci były uczone matematyki, a to właśnie objęte było badaniem.

Poniżej przedstawiono krótkie charakterystyki dwóch szkół, w których uczniowie z zadaniami typowymi radzili sobie skrajnie inaczej, niż z nietypowymi (w nawiasach podano współrzędne punktu odpowiadającego danej szkole na wykresie). W tych skrajnych przypadkach największą rolę odgrywa, naszym zdaniem, sposób nauczania. Gdyby znaczenie miały takie czynniki pozaszkolne jak środowiska, statusu rodziny itp., powinny one jednakowo działać na umiejętności rozwiązywania zadań typowych i nietypowych.

Charakterystyki stosowanych przez nauczycieli metod nauczania zostały sporządzone na podstawie obserwacji lekcji oraz wywiadów z nauczycielem i uczniami.

Szkoła A $(-1,6, 1,6)$. Bardzo słabe wyniki w zadaniach typowych, świetne wyniki w zadaniach nietypowych.

Czynniki, które mogły się przyczynić do słabego opanowania umiejętności rachunkowych:

- Praca domowa sprawdzana pobieżnie i niesystematycznie. Uczniowie mówią, że zdarzyło się im zapisać jako wyniki rachunkowego zadania domowego zupełnie przypadkowe liczby, a pani tego nie zauważyła i uznała pracę za odrobioną.
- Każde zadanie, będące indywidualną pracą, uczeń rozwiązuje sam w ławce. Nauczyciel wyłapuje dobrą odpowiedź spośród wyników podanych przez uczniów i zapisuje na tablicy. Brak dyskusji o błędnych rozwiązaniach.
- Sporo uczniów w tej klasie to dzieci bardzo bystre i żywiołowe. Nudzą się przy sztamkowych zadaniach rachunkowych. Nauczyciel bardzo często zbyt nisko ustawiał poprzeczkę trudności zadań. *Pani nam 10 razy mówi to samo i ta matematyka się tak przedłuża i w kółko to samo. (FGI, uczniowie).*

Czynniki, które mogły wpłynąć na dobre wyniki w zadaniach wymagających rozumowania:

- Nauczyciel starannie wprowadza pojęcia i własności matematyczne za pomocą rozmaitego typu modeli, używa liczmanów, modeli brył, klocków itp. Dzieci nie tylko oglądają te modele, ale też nimi manipulują.

- Przy rozwiązywaniu zadań problemowych nauczyciel zachęca do prezentowania różnych metod rozwiązania.
- Uczniowie mają dodatkowe zajęcia matematyczne, na których rozwiązują ciekawsze i trudniejsze zadania. Startują w konkursach matematycznych.
- Klasa jest integracyjna, w czasie zajęć stale obecny jest pedagog, do którego z pytaniami matematycznymi mogą w czasie lekcji podejść wszystkie dzieci.
- Uczniowie deklarują, że gdy mają problemy z matematyką, otrzymują pomoc od rodziców, dziadków lub starszego rodzeństwa.

Szkoła B (0,4, – 0,8). Wyraźnie lepsze od średniej wyniki w zadaniach typowych. Bardzo słabe wyniki w zadaniach nietypowych.

Czynniki, które mogły się przyczynić do dobrego opanowania umiejętności rachunkowych:

- Prawie wszystkie rozwiązywane na lekcjach zadania to zadania rachunkowe lub proste zadania tekstowe.
- W zadaniach rachunkowych nauczyciel dopuszcza różne metody obliczeń tego samego przykładu.
- Zadania domowe to niemal wyłącznie zadania rachunkowe. Nauczyciel zawsze sprawdza pracę domową i omawia błędy popełnione w niej przez uczniów.
- W opinii nauczyciela matematyka to liczenie.

Czynniki, które mogły wpłynąć na słabe wyniki w zadaniach wymagających rozumowania:

- Mało zadań problemowych rozwiązywanych na lekcjach, prawie w ogóle takie zadania nie są zadawane do domu.
- Jeśli się już jakieś nietypowe zadanie pojawi na lekcji, to nauczyciel prowadzi uczniów do rozwiązania, zadając szczegółowe pytania pomocnicze. Każde zadanie rozwiązane jest tylko jedną metodą. Uczniowie nie mają na ogół możliwości przedstawienia swoich pomysłów.
- Pojęcia i własności matematyczne wprowadzane są metodą wykładu. Nawet własności geometryczne uczniowie poznają wyłącznie poprzez rysunki wykonywane przez nauczyciela na tablicy.
- Uczniowie nie startują w konkursach matematycznych.
- Nauczyciel deklaruje, że matematyka nie jest jego ulubioną dziedziną. Przeznacza na nią mniej godzin niż na edukację polonistyczną.

3.1.6. Wnioski z badania klas III

- Nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej nie mają poczucia spójności nauczania matematyki na wszystkich etapach nauczania. Nie dostrzegają wspólnych celów nauczania matematyki, a matematyczną część edukacji wczesnoszkolnej rozumieją jako ćwiczenie drobnych umiejętności opisanych w wymaganiach szczegółowych podstawy programowej.
- Podstawa programowa i program nauczania są przez nauczycieli utożsamiane z podręcznikiem, z którego korzystają. Za podręcznikiem powielają też metodykę nauczania poszczególnych zagadnień matematycznych. Zatem jakość nauczania matematyki w dużej mierze zależy od jakości podręcznika.
- Znaczna część badanych nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej czuje się niepewnie na gruncie matematyki szkolnej. Ta niepewność matematyczna nauczycieli hamuje śmiałość myślenia matematycznego u uczniów. Jest też przyczyną bezkrytycznego odtwarzania wszystkich zadań i metod proponowanych w podręczniku i w innych materiałach edukacyjnych, niezależnie od możliwości uczniów i sytuacji w klasie.
- Niepewność matematyczna nauczycieli jest też jedną z przyczyn niewłaściwych reakcji na błędy uczniowskie popełniane na lekcjach. Zamiast wykorzystać pomyłki do wzmocnienia rozumowania uczniów, nauczyciele dążą wyłącznie do korekty błędu przez ucznia lub wręcz sami ten błąd poprawiają.
- Nauczyciele pracują metodą wydawania dyrektyw lub odsłaniania sposobu rozwiązywania zadania, który oni sami inicjują. Uczniowie rzadko przekazują własne pomysły, swój inny sposób podejścia do problemu. Zadawanie pytań przez uczniów występuje sporadycznie. Powszechnie stosowany styl pracy całą klasą, powiązany ze sposobem prowadzenia lekcji opartym na dominującej roli nauczyciela, prowadzi do tłumienia u uczniów chęci samodzielnego poszukiwania rozwiązań. Ten styl utrudnia dostrzeganie zarówno oryginalnych, nietypowych rozwiązań uczniowskich, jak i specyficznych błędów przez nich popełnianych. Przeszkadza zatem w dostosowywaniu metod pracy i treści matematycznych do aktualnych potrzeb poszczególnych uczniów.
- Rzadko stosowaną przez nauczycieli metodą pracy jest praca w grupach. Nauczyciele stosują ją zazwyczaj jako urozmaicenie lekcji i nie uznają za pełnoprawną metodę nauczania.
- Nauczyciele nie utrzymują prawidłowego balansu między ćwiczeniem umiejętności podstawowych a rozwijaniem umiejętności złożonych. Zarówno uczniowie jak i nauczyciele utożsamiają naukę matematyki z nauką sprawnego rachowania.

3.2 Wyniki badania klas V

Badanie jakościowe klas V przeprowadzono od 27 listopada 2013 do 15 stycznia 2014 w 20 szkołach podstawowych z czterech województw: dolnośląskiego, mazowieckiego, podlaskiego i pomorskiego. W każdym województwie badanie zostało przeprowadzone w 5 placówkach. Próba miała charakter celowy. Obserwacji poddano 80 lekcji matematyki – po 4 kolejne lekcje w każdej z klas objętych badaniem. Poza obserwacjami lekcji przeprowadzono 20 pogłębionych wywiadów indywidualnych z nauczycielami badanych oddziałów. Moderatorzy przeprowadzili też 20 wywiadów grupowych z uczniami. Ponadto moderatorzy przeprowadzili 40 pogłębionych wywiadów indywidualnych z uczniami – po 2 uczniów z każdego oddziału (tzw. uczeń słaby i uczeń zdolny). Wśród dzieci z każdego badanego oddziału przeprowadzono test matematyczny oraz ankietę audytoryjną. W części testowej badania uczestniczyło 414, w części ankietowej 392 uczniów.

3.2.1. Sposób postrzegania, interpretowania i realizacji podstawy programowej z matematyki przez nauczycieli klas V szkoły podstawowej

Badani nauczyciele uważają podstawę programową za ważny dokument. Mają przekonanie, że w pełni będą ją realizować, pracując z wybranym podręcznikiem. Wybór podręcznika jest dla badanych nauczycieli tożsamy z wyborem programu nauczania. Badani deklaruje znajomość podstawy w takim zakresie, jaki jest konieczny do prowadzenia lekcji. Mają też przeświadczenie, że jest to dokument powszechnie dostępny i można do niego w razie potrzeby sięgnąć.

Nie wszyscy nauczyciele dobrze orientowali się w zapisach podstawy programowej. Na przykład niektórzy z nich w wywiadach zwracali uwagę na to, że zmieniając podstawę zrezygnowano w klasach IV-VI z ważnych treści szczegółowych, np. obliczeń procentowych czy skal. Wskazywali również, że w podstawie programowej brakuje powiązania zagadnień realizowanych w klasach I-III z zagadnieniami II etapu edukacyjnego. Wobec tego prowadząc zajęcia w klasie IV czy V nauczyciele nie mogą odwoływać się do wcześniejszej wiedzy uczniów.

Za najważniejsze cechy podstawy programowej nauczyciele uznali to, że:

- kładzie nacisk na umiejętność logicznego i twórczego myślenia – uczniowie są motywowani do samodzielnego myślenia, nie są ograniczani do jednego sposobu rozwiązania zadania, są skłaniani do poszukiwania innych, nieschematycznych podejść w rozwiązywaniu zadań,
- odwołuje się do przykładów z życia codziennego – czyni to matematykę bardziej zrozumiałą dla uczniów – wskazuje na przydatność zastosowania matematyki w sytuacjach życiowych, bliskich uczniom.

Badani nauczyciele deklarowali, że dobrym sposobem realizacji podstawy programowej są metody aktywne – takie, które pozwalają uczniom samodzielnie poznawać omawiane zagadnienia, angażują uczniów w przebieg zajęć. Taką formą pracy jest np. praca w grupach. Jednak zdaniem części nauczycieli ta forma, mimo że chętnie podejmowana przez uczniów ma wiele wad. Jest czasochłonna i trudna do zrealizowania w dużych klasach. Część nauczycieli uznała, że do realizacji podstawy

programowej właściwsza jest indywidualna praca z uczniem, prowokująca uczniów do samodzielnego myślenia i wspierająca ich rozwój intelektualny.

To znaczy do realizowania tej nowej podstawy to mi się wydaje, że duży nacisk kładzie się w tej chwili na metody aktywne, różne formy, różną pracę metod aktywnych, czy w grupach, czy w parach, czy w klasie jakieś gry, zabawy, gry dydaktyczne, bo teraz i to społeczeństwo jest inne, te dzieci są inaczej rozwinięte, nie mniej jednak nie zawsze one skutkują, bo muszą być te zwykłe lekcje robocze, prawda, gdzie trzeba wszystko wypracować od A do Z, metodą tradycyjną.

(IDI, nauczyciel)

3.2.2. Stosowane przez nauczycieli metody nauczania

Rodzaje rozwiązywanych problemów matematycznych

Na prawie wszystkich obserwowanych lekcjach uczniowie rozwiązywali zadania. Najczęściej były to zadania rachunkowe. Zadania problemowe, czyli takie, które wymagały od uczniów przeprowadzenia rozumowania i stworzenia własnej strategii rozwiązania, stanowiły tylko 13% wszystkich zadań.

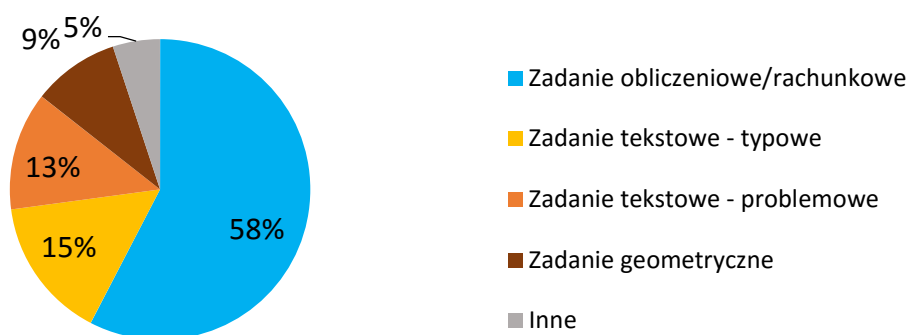


Diagram 8. Typy zadań rozwiązywanych podczas obserwowanych lekcji.

Organizacja pracy na lekcji

Nauczyciele zazwyczaj tak organizują pracę, że cała klasa pracuje w tym samym czasie nad tym samym zadaniem czy problemem. W czasie obserwowanych lekcji tak było przy rozwiązywaniu 81% zadań. Mimo to, tylko na 10% obserwowanych lekcji jakiś uczeń nie zdążył rozwiązać poprzedniego problemu, gdy nauczyciel postawił już kolejne zadanie. Ponad dwa razy częściej zdarzało się, że w klasie byli uczniowie, którzy rozwiązywali zadania szybciej od innych i musieli czekać aż pozostali skończą swoją pracę. Zatem nauczyciele dość dobrze dostosowywali tempo pracy do możliwości klasy. Wyraźnie jednak mniej dbali o potrzeby uczniów zdolniejszych, niż tych słabszych.



Diagram 9. Zróżnicowanie tempa pracy uczniów

Indywidualizacja nauczania

Z deklaracji nauczycieli wynika, że przywiązują oni bardzo dużą wagę do indywidualizacji pracy uczniów. W ich opinii indywidualizacja pracy to dopasowanie sposobu pracy oraz zakresu materiału do indywidualnych możliwości uczniów. Jednym z opisywanych sposobów takiej pracy jest stopniowanie trudności podczas rozwiązywania zadań (praca na kilku poziomach – dla uczniów najzdolniejszych przeznaczone są zadania trudniejsze, a dla mniej zdolnych łatwiejsze) oraz dopasowanie tempa i ilości pracy do możliwości uczniów. Jednak w trakcie 2/3 obserwowanych lekcji nie dostrzeżono tego typu indywidualizacji. Przekazywanie niektórym uczniom zadań dostosowanych tylko dla nich, zaobserwowano na co trzecich zajęciach. Zwykle były to trudniejsze zadania dla tych uczniów, którzy wcześniej skończyli pracę.

Innym, z opisywanych przez nauczycieli sposobów indywidualizacji, jest zadawanie trudniejszych zadań jako pracy domowej dla chętnych. Trudno jednak uznać, że możliwość indywidualizacji pracy domowej jest w ten sposób w pełni wykorzystywana. Uczeń zdolniejszy musiał zawsze wykonać te same zadania, co uczeń słabszy (i ew., jeszcze kilka innych). Pozostali uczniowie nie mieli zadań dostosowanych do ich potrzeb – zawsze zestaw zadań był taki sam dla wszystkich.

Część badanych nauczycieli uważa, że przeszkodą w indywidualizacji pracy na lekcjach jest zbyt duża liczba uczniów w klasie o zróżnicowanych potrzebach i czasochłonność przygotowywania odpowiednich materiałów na każdą lekcję.

Dla tych zdolnych muszę mieć zawsze coś w zanadrzu, bo jeżeli się okaże po chwili, że on wyprzedza klasę bardzo mocno, to muszę mieć gotowy zbiór zadań albo kserówkę. Mam na pewno dwóch takich uczniów na lekcji. Jeszcze potem się okazuje, że jeszcze Bartek próbuje aspirować do tego, też ciągnie w tę stronę. Jak mu nie dam kserówki, to będzie potem dotknięty tym. Zwłaszcza, gdy już wiem, że ze słabymi to wymaga jeszcze treningu, a ci już są zmęczeni powtarzalnością tych zadań, muszę mieć coś więcej. Dla najslabszych mam jeszcze zespół wyrównawczy, są też umówieni ze mną indywidualnie na takie zajęcia raz w tygodniu. (IDI, nauczyciel)

Nauczyciele deklarują, że preferują pracę całym zespołem klasowym i samodzielną pracę uczniów. Uważają, że forma pracy całym zespołem klasowym pozwala na efektywne wprowadzenie nowych treści oraz kształcenie umiejętności matematycznych. Według nich zyskują zwłaszcza uczniowie słabsi, którzy pracując przy tablicy pod kontrolą nauczyciela, mają szansę na lepsze zrozumienie materiału.

W opinii nauczycieli praca indywidualna – gdy każdy uczeń rozwiązuje samodzielnie zadanie – wymaga zaangażowania wszystkich uczniów, zmierzenia się z własnymi możliwościami, a jeśli stopień trudności zadań zostanie zróżnicowany, każdy uczeń zyska możliwość rozwijania swoich umiejętności.

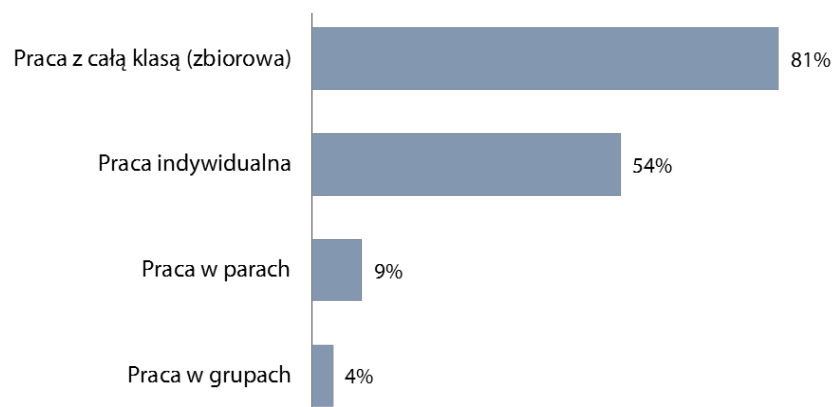


Diagram 10. Formy pracy stosowane przez nauczycieli podczas obserwowanych zajęć.

Sposoby pracy nauczycieli podczas rozwiązywania z uczniami zadań

Podczas obserwowanych lekcji nauczyciele najczęściej tak organizowali pracę uczniów nad rozwiązywaniem zadań, że wszyscy uczniowie rozwiązywali w tym samym czasie to samo zadanie. Podczas przeprowadzonych obserwacji na lekcjach rozwiązywano tak wszystkie typy zadań, szczególnie zadania rachunkowe i zadania problemowe (zob. Diagram 11.).

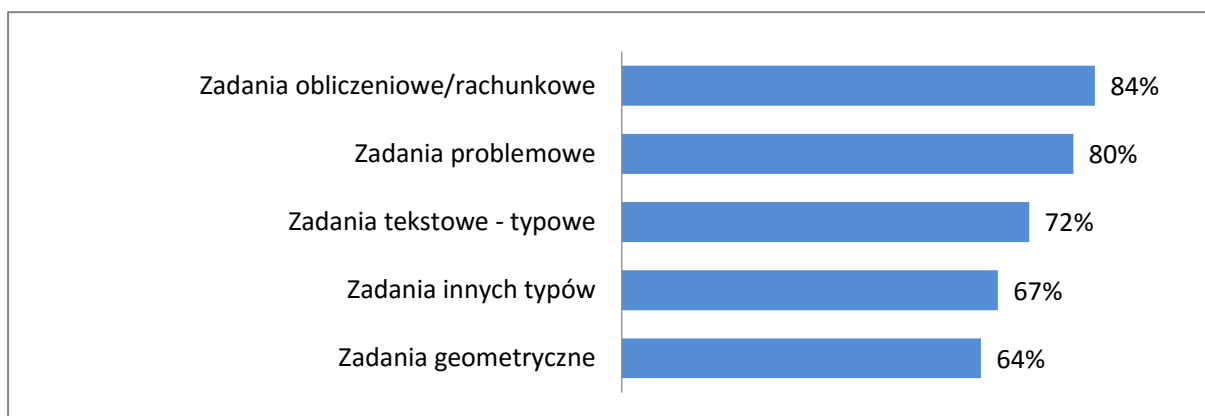


Diagram 11. Odsetek zadań danego typu rozwiązywanych w tym samym czasie przez całą klasę.

Dominującym sposobem postępowania nauczycieli podczas rozwiązywania z uczniami zadań było prowadzenie ucznia metodą szczegółowych pytań pomocniczych.

W pracy klasy nad rozwiązaniem zadania nauczyciel bardzo często (w ok 79% przypadków) wspierał proces rozwiązania, zadając szereg pomocniczych pytań. Pytania te były tak szczegółowe i było ich tak dużo, że w zasadzie stanowiły one ciąg instrukcji, które uczeń miał wykonać, by dojść do rozwiązania. Przy tym stylu pracy uczeń nie miał praktycznie możliwości samodzielnej pracy umysłowej.

Przykłady

Jakie dane znajdują się w treści zadania?

Co należy obliczyć?

Jakie działania arytmetyczne należy wykonać, aby to obliczyć?

Jakim działaniem możemy obliczyć x ?

Jakie działanie jest odwrotne do mnożenia?

Jak sprawdzamy, czy równanie jest dobrze rozwiązane?

Liczymy wartość wyrażenia dla lewej i prawej strony?

Zdarzało się, że rozwiązując zadania nauczyciele stosowali pozorną pracę wspólną: nauczyciel zadawał pytanie na forum klasy i z gęszcza odpowiedzi uczniowskich wybierał właściwą. Zapisanie odpowiedzi na kolejne pytania prowadziło w rezultacie do rozwiązania zadania i zostawiało w uczniach przekonanie, że rozwiązywali to zadanie samodzielnie.

Uczniowie stosunkowo rzadko mówili o innym sposobie rozwiązania zadania, niż ten zaproponowany przez nauczyciela. Jeszcze rzadziej nauczyciele pytali uczniów, czy potrafią rozwiązać zadanie innym, niż pokazany na lekcji, sposobem (zob. Diagram 12.).

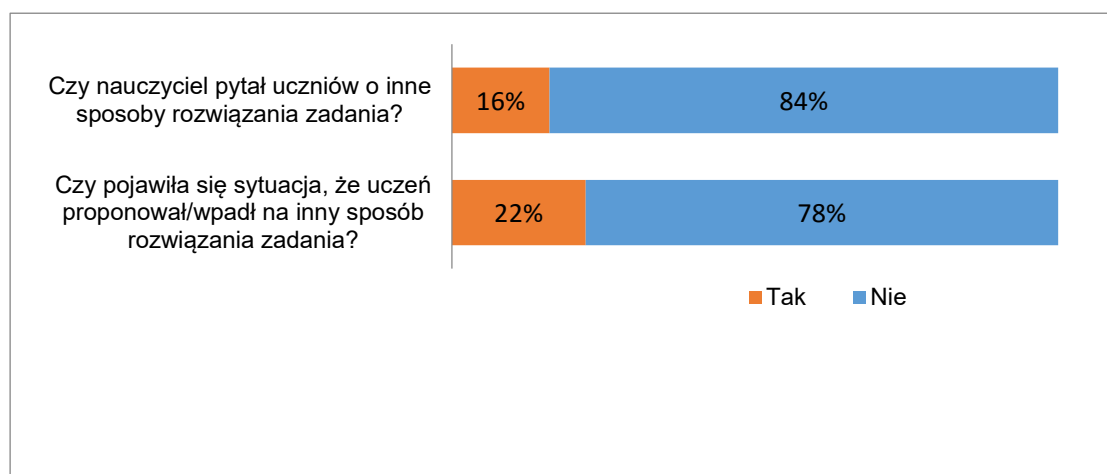


Diagram 12. Różne sposoby rozwiązania zadania.

Praca zespołowa

Tylko podczas trzech (na 80) obserwowanych lekcji miała miejsce praca w grupach. Nauczyciele mają świadomość, że należy ona do najbardziej lubianych przez uczniów form pracy, mimo to jej unikają. Wśród powodów, dla których nauczyciele mniej chętnie sięgają na lekcjach matematyki po formę pracy grupowej, wymieniano:

- problemy z dyscypliną – zwłaszcza w przypadku bardziej licznych klas w trakcie pracy grupowej powstaje chaos,
- nierównomierny wkład pracy poszczególnych uczniów – nauczyciele wiedzą, że prawidłowe przeprowadzenie zajęć przy użyciu formy pracy grupowej wymaga właściwego doboru uczniów do grup (połączenia w ramach zespołu uczniów zdolniejszych i słabszych), jednak taki układ powoduje, że pracują głównie uczniowie zdolniejsi matematycznie, słabsi czują się zwolnieni z pracy.

Częściej nauczyciele organizują pracę uczniów w parach – uważają, że łatwiej, niż w przypadku pracy grupowej jest im zapanować nad dyscypliną w klasie, a uczniowie są bardziej zaangażowani w lekcję.

Gdyby te klasy też były dużo, dużo mniejsze, to praca też byłaby nieco inna. Wtedy częściej można by pracować w grupach. Natomiast jeżeli przy dużej ilości uczniów pracuje się w grupach, to trzeba liczyć się z tym, że to jest hałas na lekcji. Pracuje w grupie, no założmy, dwie osoby, a parę osób... po prostu nie pracują. Także w takiej licznej klasie to jest trudne. Raczej w grupach dwuosobowych pracują. Rzadko pracujemy w takich grupach, bo po prostu zawsze wybierają osobę, bo ten jest zdolny, bo tak się grupy dobiera, że zawsze zdolniejsi są uczniowie i słabi, a reszta nic po prostu nie wnosi. Nie wynoszą z tej lekcji. Często tak bywa.

(IDI, nauczyciel)

Podane przez nauczycieli przyczyny unikania pracy w grupach pozwalają sądzić, że nie opanowali oni dobrze organizacji tego typu pracy oraz nie potrafią dobrać właściwie problemów, które uczniowie przy takiej formie pracy powinni rozwiązywać.

Praca domowa

Badani nauczyciele deklarowali, że zadawanie uczniom pracy domowej stanowi istotny element procesu kształcenia matematycznego, pozwalający uczniom utrwalić wiedzę oraz rozwijać umiejętności zdobyte podczas lekcji. Zazwyczaj praca domowa stanowi kontynuację zadań, które były rozwiązywane na lekcji. Zadając pracę domową, nauczyciele często różnicują stopień jej trudności, w taki sposób, że jako obowiązkowe polecają wykonać zadania nieco łatwiejsze – na takim poziomie, jak wykonywane na lekcji, natomiast dla chętnych przewidują zadania trudniejsze. Ten sposób różnicowania oznacza, że słabsi uczniowie nie muszą wykonywać trudniejszych zadań, ale zdolniejsi muszą wykonać nawet te zadania, które są dla nich banalne i nie wnoszą niczego w ich rozwój.

Zadawana po obserwowanych lekcjach praca domowa nigdy nie była dostosowywana do indywidualnych potrzeb uczniów. Nie zdarzyło się, by nauczyciel polecał różnym uczniom ćwiczyć w domu inne umiejętności, nawet, jeśli z przebiegu lekcji wyraźnie widać było, że nie wszyscy uczniowie mają takie same problemy z omawianym tematem.

Jak wynika z deklaracji uczniów, rozumieją oni znaczenie odrabiania zadawanych przez nauczycieli prac domowych w procesie uczenia się matematyki. Jednak spośród obserwowanych lekcji, na których wszyscy uczniowie mieli odrobioną pracę domową było tylko 38%.

Nauczyciele nie zawsze stwarzają okazję, aby uczniowie mogli wskazać powody nieodrobienia pracy domowej oraz wyjaśnić, z czym mieli trudność. Tylko podczas niektórych obserwowanych lekcji nauczyciel wyjaśniał uczniom wątpliwości związane z pracą domową (na przykład powtórnie wyjaśniał

treść zadania, krok po kroku prowadził ucznia do rozwiązania tak, że uczeń zrozumiał błąd swojego rozumowania). To powoduje, że praca domowa staje się raczej jeszcze jedną formą sprawdzianu, niż narzędziem do kształtowania potrzebnych umiejętności.

Nauczyciele zadawali pracę domową na 75% obserwowanych lekcji matematyki, natomiast sprawdzali ją tylko na co drugiej lekcji.



Diagram 12. Czy nauczyciel zadał pracę domową? Diagram 13. Czy nauczyciel sprawdzał wykonanie pracy domowej?

Najczęściej było to formalne sprawdzenie, czy uczeń ma odrobioną pracę domową, bez wnikania czy jest ona wykonana poprawnie. Uczniowie i nauczyciele biorący udział w badaniu potwierdzali, że podczas lekcji nie zawsze jest sprawdzane wykonanie zadań domowych. Rezygnację ze sprawdzania pracy domowej nauczyciele motywowali brakiem czasu.

To znaczy tak, zdarza się, że na bieżąco nie sprawdzam, nie? Bo to zależy też od tematu lekcji, że muszę mieć po prostu więcej czasu na lekcję. Wtedy nie mogę sobie pozwolić, bo takie sprawdzanie pracy domowej, to jest do 15 minut i omówienie, nie? Czyli mi już zostaje potem mało czasu na realizację tematu nowego, nie? Tak jak powiedziałam. Ale później na przykład, jak biorę czy do odpowiedzi, czy sprawdzam zeszyty, to sprawdzam też wszystkie te prace.

(IDI, nauczyciel)

Na podstawie analizy przeprowadzonych obserwacji lekcji należy stwierdzić, że nauczyciele stosunkowo rzadko dają uczniom okazję opowiedzenia o problemach związanych z rozwiązywaniem pracy domowej. Niektórzy nauczyciele w trakcie żadnej z obserwowanych lekcji nie stworzyli uczniom takiej możliwości. Z drugiej strony, podczas przeprowadzonego badania zdarzyło się, że wątpliwości, jakie pojawiły się w trakcie omawiania pracy domowej, spowodowały zmianę toku lekcji, a nauczyciel skoncentrował się na dodatkowych wyjaśnieniach i ćwiczeniu z uczniami niezrozumiałych treści.

Pomoce używane podczas zajęć

Najczęściej wymieniane przez nauczycieli i uczniów pomoce szkolne to podręcznik, zeszyty ćwiczeń i zbiory zadań.

Wśród innych, używanych pomocy dydaktycznych badani nauczyciele wymieniali pomoce samodzielnie przygotowane przez siebie (np.: domino matematyczne, karteczki z prostokątami podzielonymi na części służące do ćwiczeń w dzieleniu ułamków, kartki z informacjami o dzieleniu ułamków wraz z przykładami przeznaczone do wklejenia do zeszytów, karty ilustrujące treść zadań tekstowych do przyklejenia na tablicy etc.), przyrządy matematyczne, gotowe materiały (np. z wydawnictw, jak magnesy w kształcie pizzy przeznaczone do ćwiczeń z ułamkami). Narzędzia nowych technologii, takie jak komputer, płyty multimedialne, tablety, rzutniki czy tablice interaktywne, stosowane były przez nauczycieli sporadycznie.

W opinii uczniów wykorzystanie różnorodnych środków dydaktycznych, w tym wykorzystanie narzędzi nowoczesnych technologii jest bardzo atrakcyjne – pomaga w zrozumieniu i przyswojeniu treści omawianych podczas lekcji.

Lekcje obserwowane a pozostałe lekcje matematyki

W opinii uczniów obserwowane lekcje różniły się od codziennych przede wszystkim lepszą atmosferą i tym, że były ciekawsze.



Diagram 14. Różnice, które zauważyli uczniowie podczas obserwowanych lekcji.

Podczas obserwowanych lekcji nauczyciele częściej niż zwykle używali atrakcyjnych dla uczniów pomocy dydaktycznych i stosowali metody aktywizujące uczniów, np. pracę w parach czy grupach.

Było inaczej. Prace te grupowe, że wszystko razem robiliśmy. Też było fajnie, że pani tak nie krzyczała za dużo. Pani bardzo miła była.

[Praca w grupach] *To mieliśmy tylko raz [na obserwowanej lekcji], to było kiedy, niedawno jakoś było to raz mieliśmy tak, że w parach mogliśmy rozwiązać, a tak to zawsze sami musieliśmy.*

(FGI, uczniowie)

Uczniowie zauważali także zmiany w swoim zachowaniu. Często zachowywali się spokojniej niż zazwyczaj i byli bardziej uważni. Niektórzy czuli się niepewnie w obecności obserwatorów, wstydzili się zabierać głos, podchodzić do tablicy, obawiali się popełnienia błędu, który mógłby zostać źle odebrany przez obserwującego. Takie nastawienie uczniów podczas lekcji można wiązać na przykład z większą dyscypliną panującą podczas obserwacji.

3.2.3. Brak swobody matematycznej nauczycieli

W stylu prowadzenia lekcji u zdecydowanej większości nauczycieli widoczny był brak swobody matematycznej. Objawiał się on wyraźną niechęcią do zmiany własnego toku prowadzenia rozwiązania zadania nawet wtedy, gdy uczniowie podsuwali inny pomysł, wcale nie gorszy od zaplanowanego przez nauczyciela.

Brakiem swobody matematycznej można też tłumaczyć kruczowe trzymanie się wyłącznie zadań podanych w podręczniku, bez próby ich modyfikacji lub rozwinięcia nawet wtedy, gdy w czasie lekcji pojawiła się sytuacja, która do takich modyfikacji prowokowała.

Brak swobody, już nie tylko matematycznej, widoczny był też w sposobie traktowania błędów popełnianych przez uczniów. Niemal nigdy nie były one powodem do zmiany zaplanowanego toku lekcji, nigdy nie były powodem do szerszego omówienia zagadnień sprawiających uczniom kłopot. Błędy były zwykle szybko korygowane, a lekcja toczyła się dalej według planu, nawet wtedy, gdy rodzaj popełnionego przez ucznia błędu wskazywał, że nie jest on w stanie tego planu zrealizować.

3.2.4. Postawy uczniów wobec matematyki i uczenia się matematyki

Prawie połowa badanych uczniów uważa, że matematyka jest przedmiotem trudnym. W większości taką opinię wyrażają uczniowie, którzy z matematyką mają jakieś problemy. Ci sami uczniowie często uważają matematykę za nudną. Prawie wszyscy badani uczniowie są jednak przekonani, że warto uczyć się matematyki. Uważają, że matematyka jest przydatna w zwykłych czynnościach związanych z życiem codziennym, ale także uznają jej ważność w swojej naukowej czy zawodowej przyszłości. W opinii uczniów znajomość matematyki ma wpływ na ogólny rozwój intelektualny człowieka: rozwija umysł, poprawia pamięć, sprawia, że nauka staje się łatwiejsza.

Matematyka to królowa nauki i wszędzie jest potrzebna, przy budowaniu jakiegoś budynku, przy tworzeniu czegoś i trzeba, bo nawet, tak jak mówili, w sklepie.

(FGI, uczniowie)

Zdaniem uczniów te umiejętności matematyczne, które do tej pory zdobyli w szkole pozwalają przede wszystkim sprawnie liczyć, głównie pieniądze.

Na przykład mamy 10 złotych, a chcemy kupić to, to i to... I patrzymy czy nam starczy. Sobie dodajemy.

(FGI, uczniowie)

Ja na przykład zbieram na rower, to cały czas liczę, jak dostanę od rodziców, to zbieram i cały czas liczę. Chcę po prostu na niego nazbierać

(FGI, uczniowie)

Zdaniem nauczycieli nastawienie do matematyki uczniów rozpoczynających czwartą klasę jest raczej pozytywne, choć w dużej mierze wiąże się z tym, na ile uczniowie radzą sobie z matematyką oraz czy nauczyciel prowadzący zajęcia z matematyki na etapie edukacji wczesnoszkolnej nie zniechęcił uczniów do nauki tego przedmiotu. Na poziomie piątej klasy nauczyciele obserwują obniżenie zainteresowania przedmiotem nawet w tych klasach, w których nastawienie do nauki matematyki było

wysokie. Przyczyny takiego stanu rzeczy nauczyciele wiążą przede wszystkim z etapem rozwoju uczniów i rozpoczynającymi się problemami związanymi z dojrzewaniem. Nauczyciele wskazują na pewne obniżenie dyscypliny podczas lekcji, a także na mniejsze zaangażowanie uczniów w naukę w porównaniu z nauczaniem matematyki w klasie czwartej. Zdaniem nauczycieli nastawienie uczniów do przedmiotu obniża się wraz z wiekiem – nauczyciele spodziewają się, że w klasie szóstej oraz w gimnazjum będzie ono jeszcze niższe.

Opinie nauczycieli dotyczące stosunku uczniów do matematyki zostały potwierdzone w rozmowach z uczniami. Matematyka jest przedmiotem lubianym przede wszystkim przez tych uczniów, którzy lepiej sobie z nią radzą – mają bardzo dobre oceny, nie muszą wkładać wiele wysiłku w przyswojenie wiadomości, nie mają problemów z nabywaniem nowych umiejętności. W opinii uczniów podstawowym elementem determinującym stosunek do matematyki jest jej zrozumienie – w odczuciu części uczniów matematyka nie jest przedmiotem skomplikowanym, jeśli się ją rozumie.

Niektórzy uczniowie zwracali uwagę, że w klasie 5, ze względu na zakres obowiązującego materiału, matematyka staje się dla nich trudniejszym przedmiotem. Stąd ich stosunek do przedmiotu się zmienia, a uczniowie, którzy lubili matematykę w młodszych klasach, zaczynają mieć do niej mniej pozytywny stosunek.

Kolejnym istotnym czynnikiem mającym wpływ na opinię uczniów na temat matematyki jest postawa nauczyciela. Jako czynnik, który może zachęcić lub zniechęcić do matematyki uczniowie spontanicznie wymieniali osobę nauczyciela.

Do matematyki zniechęcają też, według uczniów, monotonne lekcje, podczas których praca przebiega według utartego schematu. Uczniowie cenią sobie pozytywne relacje z nauczycielem, bliskie, oparte na wzajemnej sympatii, ale jednocześnie podkreślają, że dyscyplina pracy pozwala na lepsze zapoznanie się z omawianymi zagadnieniami, na lepsze zrozumienie matematyki.

W przeprowadzonych wywiadach indywidualnych i grupowych większość uczniów twierdziła, że lubi uczyć się matematyki. Ich nastawienie wobec nauki matematyki jest silnie powiązane z postrzeganiem nauczyciela matematyki – uczniowie lubiący swojego nauczyciela w większości deklarowali pozytywne nastawienie do nauki przedmiotu.

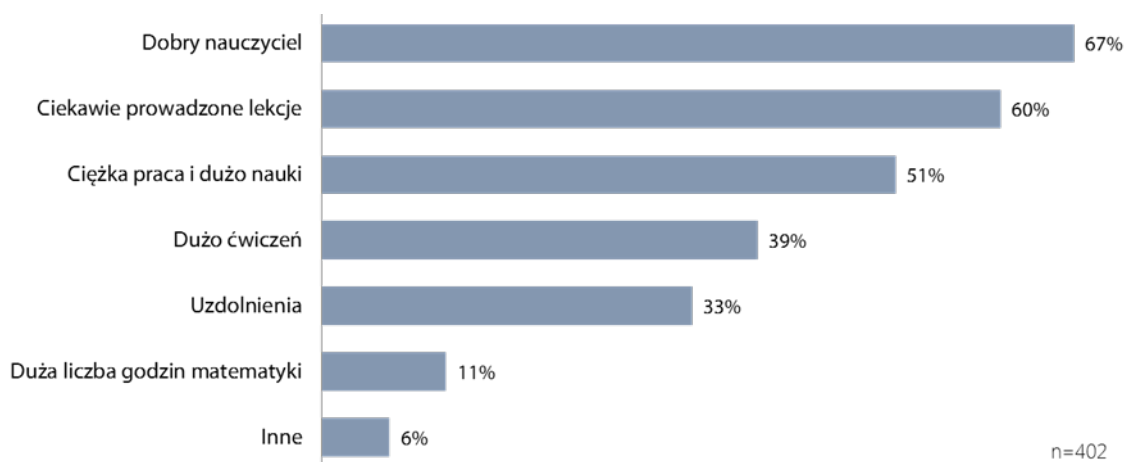


Diagram 15. Co decyduje o dobrych wynikach w nauce matematyki w szkole?

Najbardziej powszechną postawą uczniów wobec uczenia się matematyki jest korzystanie z lekcji matematyki oraz odrabianie prac domowych. Wielu spośród badanych uważa, że wystarczające jest dla nich to, czego dowiedzą się i nauczą podczas lekcji. Odrabianie pracy domowej jest najczęściej jedyną formą przygotowania do kolejnych zajęć z matematyki. Uczniowie deklarują, że zawsze starają się odrabiać zadaną przez nauczyciela pracę domową oraz rozwiązywać ją samodzielnie. W razie napotykanego trudności w rozwiązywaniu prac domowych uczniowie zwracają się o pomoc do rodziców, rodzeństwa lub innych członków rodziny. Korzystają też z podręcznika i zeszytu przedmiotowego. Wśród źródeł pomocnych przy odrabianiu pracy domowej uczniowie wskazywali również Internet. Uczniowie poszukują w Internecie wskazówek, analogii, które pozwoliłyby właściwie rozwiązać matematyczny problem. Piątoklasiści, wykonując zadaną do domu pracę, rzadko szukają gotowych rozwiązań, które dostępne są w sieci. Więcej niż co drugi uczeń (55%) deklarował, że nigdy nie zdarzyło mu się szukać takich przykładów w Internecie. Wśród pomocy wykorzystywanych podczas odrabiania prac domowych uczniowie wymieniają kalkulator – sprawdzają nim wyniki przeprowadzanych przez siebie obliczeń.

3.2.5 Umiejętności typowe a umiejętność rozumowania

W nauczaniu matematyki sporą trudność stanowi dobór odpowiednich proporcji między uczeniem typowych narzędziowych umiejętności a kształtowaniem umiejętności złożonych, takich jak rozumowanie czy tworzenie strategii rozwiązania problemu. Żadnego z tych dwóch elementów edukacji matematycznej nie można zaniedbać. Wśród badanych nauczycieli dominowało jednak przekonanie, że dopóki uczniowie nie opanują biegle typowych narzędzi matematycznych opisanych w podstawie programowej, w ogóle nie są w stanie rozwiązywać problemów wymagających rozumowania.

Widocznym efektem tego poglądu jest to, że wśród zadań rozwiązywanych przez uczniów na obserwowanych lekcjach tylko około 13% to były zadania problemowe, które wymagały od uczniów przeprowadzenia rozumowania. Pozostałe zadania to były typowe zadania tekstowe lub rachunkowe. Przekonanie nauczycieli o niedojrzałości uczniów do prowadzenia rozumowań matematycznych widoczne też było w sposobie pracy z uczniami nad nietypowym problemem. Gdy uczniowie mieli kłopot z takim zadaniem, nauczyciel zwykle dzielił zadanie na drobne kawałki, a następnie zadawał serię pytań lub wręcz wydawał polecenia prowadzące do rozwiązania kolejnych fragmentów. Rozwiązanie przebiegało wówczas ściśle według toku rozumowania nauczyciela, a uczniowie byli tylko mechanicznymi wykonawcami zaplanowanej przez niego procedury. Mimo to, zarówno nauczyciele, jak i uczniowie mieli przekonanie, że sobie z nietypowym problemem matematycznym poradzą.

Przy tej metodzie pracy uczniowie mają niewielką szansę na kształtowanie umiejętności rozumowania.

Aby zbadać związek między umiejętnościami uczniów w zakresie zadań typowych oraz zadań wymagających rozumowania, w badaniu użyto specjalnie skonstruowanego testu zadań.

Test zadań

Test rozwiązywany przez uczniów składał się z dwóch rodzajów zadań:

- typowych zadań rachunkowych, tekstowych lub geometrycznych, wymagających jedynie opanowania podstawowych umiejętności matematycznych; z takimi zadaniami uczniowie na pewno spotkali się na lekcjach.
- zadań nietypowych, w których trzeba się było wykazać rozumowaniem i tworzeniem strategii rozwiązania. Takich zadań uczniowie na lekcjach mogli nie rozwiązywać.

Przykład zdania typowego:

Jacek buduje jedną figurkę z 4 kasztanów i 2 żołądzi. Ile kasztanów będzie potrzebował do zrobienia 12 takich figurek?

- A. 16 kasztanów. B. 18 kasztanów. C. 48 kasztanów. D. 72 kasztany.

Przykład zadania nietypowego:

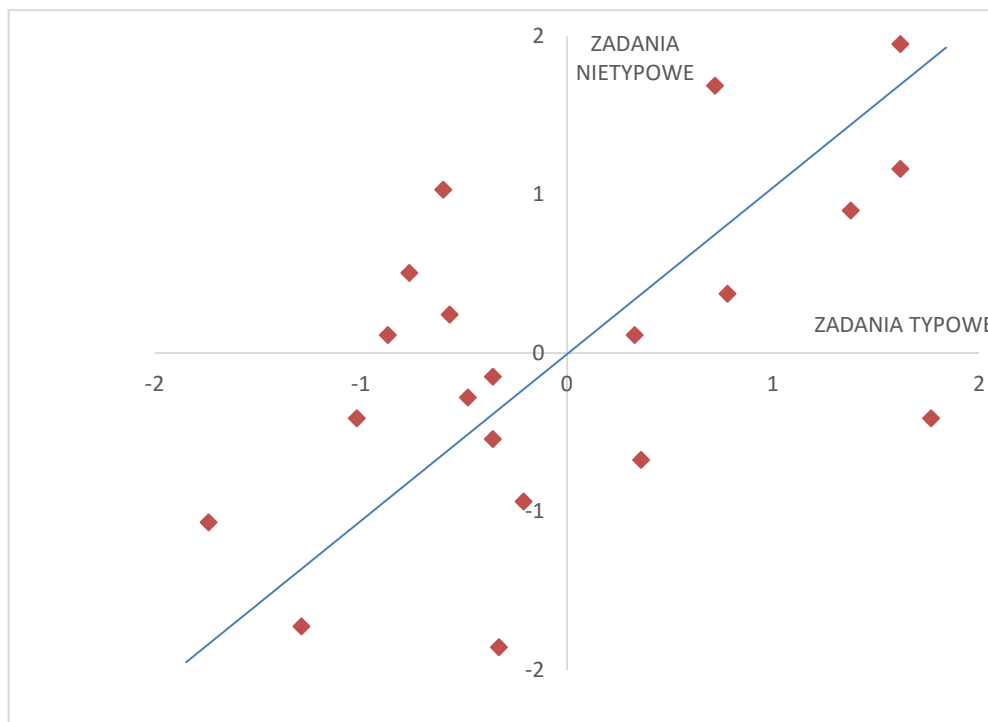
W pracowni plastycznej jest 14 pędzli, 15 tubek z farbą żółtą, 6 z czerwoną i 7 z niebieską. Każde dziecko powinno otrzymać dwie tubki farby – różnych kolorów i jeden pędzel. Dla ilu dzieci można przygotować taki zestaw?

- A. 14 B. 13 C. 7 D. 6

Oczywiście zadania nietypowe są zwykle dla uczniów trudniejsze. Tak też było w tym teście. W badaniu nie chodziło jednak jedynie o ustalenie poziomów umiejętności rozwiązywania typowych i nietypowych zadań. Chodziło o zbadanie, jaki jest związek między tymi dwiema umiejętnościami oraz jakie cechy sposobu nauczania matematyki mogą wpływać na umiejętności rozwiązywania zadań typowych, a jakie – nietypowych.

Na Wykresie 2. przedstawiono wyniki poszczególnych badanych szkół². Każdy punkt reprezentuje jedną szkołę. Pierwsza współrzędna to wynik dla zadań typowych, druga – wyniki dla zadań nietypowych. Wyniki obu rodzajów zadań przedstawione są w tej samej znormalizowanej skali (średnia 0, odchylenie standardowe 1). Zatem szkoła, którą reprezentuje punkt (1,8, -0,4) rozwiązywała zadania typowe o 1,8 odchylenia standardowego lepiej od średniego wyniku dla wszystkich szkół, a zadania nietypowe o 0,4 odchylenia standardowego gorzej od przeciętnego wyniku. Gdyby szkoła miała w tej znormalizowanej skali taki sam wynik dla zadań typowych i nietypowych, to punkt, który by jej odpowiadał leżałby na niebieskiej linii zaznaczonej na rysunku. Można więc powiedzieć, że im punkt leży dalej od tej linii, tym większa jest różnica między poziomem umiejętności rozwiązywania typowych zadań a poziomem umiejętności rozwiązywania problemów wymagających rozumowania. Pod niebieską linią zaznaczone są szkoły, które mają lepsze wyniki w zadaniach typowych, a nad tą linią – szkoły, w których lepiej rozwiązywane były zadania nietypowe niż typowe.

² Na wykresie przedstawione są właściwie wyniki tylko jednej klasy z każdej szkoły. Dla analizy związków między sposobem nauczania, a rezultatami testu, ważne było, by wszyscy badani w danej szkole uczniowie nauczani byli przez tego samego nauczyciela.



Wykres 2. Związek między wynikami zadań typowych i zadań nietypowych.

Jak widać, po tyle samo punktów znajduje się na wykresie po każdej z dwóch stron niebieskiej linii. Oznacza to, że ani opanowanie typowych zadań nie wystarcza do rozwiązywania zadań wymagających rozumowania, ani umiejętność rozumowania nie gwarantuje dobrego radzenia sobie z podstawowymi narzędziami matematycznymi. Pierwsza część poprzedniego zdania wydaje się wielu nauczycielom oczywista. Są oni przekonani, że umiejętności rachunkowe to za mało, by rozwiązywać zadania problemowe. Niestety sądzą także, że bez opanowania rachunków w ogóle do zadań wymagających rozumowania nie warto podchodzić. Często w wywiadach tłumaczyli niechęć do dawania na lekcjach zadań problemowych tym, że ich uczniowie są słabi i najpierw muszą opanować podstawowe umiejętności narzędziowe. Tymczasem, jak wynika z naszego badania, nawet uczniowie, którzy nie w pełni opanowali podstawowe narzędzia matematyczne są w stanie świetnie rozwiązywać zadania problemowe. Tak, jak uczniowie ze szkoły reprezentowanej na wykresie punktem $(-0,6, 1)$ w lewym górnym rogu. Ci sami uczniowie stanowią też pewne ostrzeżenie dla tych nauczycieli, którzy uważają, że wystarczy uczniów nauczyć myśleć, a reszta sama przyjdzie. Okazało się, że nie zawsze tak jest.

Na osiągnięte przez uczniów wyniki miało oczywiście wpływ wiele czynników. Predyspozycje uczniów, środowisko rodzinne, jakość materiałów edukacyjnych itp. Nie wszystkie z nich były możliwe do zidentyfikowania w tym badaniu. Wśród ważnych czynników jest jednak także sposób, w jaki dzieci były uczone matematyki, a to właśnie objęte było badaniem.

Poniżej przedstawiono krótkie charakterystyki dwóch szkół, w których uczniowie z zadaniami typowymi radzili sobie skrajnie inaczej niż z nietypowymi (w nawiasach podano współrzędne punktu odpowiadającego danej szkole na wykresie). W tych dwóch skrajnych sytuacjach mniej istotny wydaje się być wpływ takich zewnętrznych czynników, jak środowisko rodzinne ucznia, selekcja uczniów do danej szkoły. Te czynniki powinny dawać równy skutek w zadaniach typowych i nietypowych.

Decydujący może więc być w tych przypadkach wpływ nauczyciela, w tym metod, które stosuje na lekcjach.

Charakterystyki stosowanych przez nauczycieli metod nauczania zostały sporządzone na podstawie obserwacji lekcji oraz wywiadów z nauczycielem i uczniami.

Szkoła A (– 0,6, 1). Słabe wyniki w zadaniach typowych, bardzo dobre wyniki w zadaniach nietypowych.

Czynniki, które mogły się przyczynić do słabego wyniku w zadaniach typowych:

- Praca domowa jest w opinii nauczyciela po to, by dzieci same zobaczyły, czego nie umieją.
- W opinii nauczyciela uczniowie nie przynieśli po klasie III wystarczających umiejętności rachunkowych.
- Na obserwowanych lekcjach nauczyciel przeznaczył na aktywność uczniów (w tym rozwiązywanie ćwiczeń) tylko ok. 60% czasu. Reszta lekcji przeznaczona była na wprowadzenie w temat metodą pogadanki (czasem z elementami pokazu).

Czynniki, które mogły wpłynąć na dobre wyniki w zadaniach wymagających rozumowania.

- Nauczyciel wprowadza pojęcia i własności matematyczne za pomocą rozmaitego typu modeli. Dzieci nie tylko oglądają te modele, ale też nimi manipulują.
- Przy omawianiu procedur obliczeniowych nauczyciel omawia z uczniami, nie tylko, jak je wykonywać, ale też, dlaczego są one właśnie takie.
- Przy rozwiązywaniu zadań problemowych nauczyciel zachęca uczniów do prezentowania własnych pomysłów. Przy omawianiu klasówek osobno docenia oryginalność rozwiązania.
- Gdy uczeń szybciej od innych rozwiąże zadanie dostaje nowe, trudniejsze. Dzieci deklarują, że lubią lekcje matematyki, zwłaszcza te, na których są trudniejsze zadania.
- W opinii nauczyciela, istotne są nie tylko same wiadomości, ale też umiejętność zastosowania matematyki w zagadnieniach praktycznych

Szkoła B (1,8, – 0,4). Znakomite wyniki w zadaniach typowych. Słabe wyniki w zadaniach nietypowych.

Czynniki, które mogły się przyczynić do dobrego wyniku w zadaniach typowych:

- W czasie lekcji uczniowie rozwiązują bardzo wiele zadań. Prawie wszystkie z nich to zadania typowe. Wielokrotnie rozwiązują podobne przykłady obliczeniowe, różniące się od siebie jedynie danymi liczbowymi.
- Uczniowie na lekcjach utrzymują pełną dyscyplinę i pracują. Tempo pracy nad prostymi zadaniami obliczeniowymi jest dość szybkie.
- Nauczyciel korzysta wyłącznie z podręcznika i zbioru zadań (nie używa zeszytów ćwiczeń). Na obserwowanych lekcjach wybierał z nich tylko najprostsze zadania umieszczone na początku każdego z rozdziałów.
- Zadanie domowe zadawane było po każdej z obserwowanych lekcji, nawet jeśli tego samego dnia dzieci miały dwie lekcje matematyki pod rząd. Wszystkie te zadania to były typowe przykłady.

- W opinii nauczyciela nowa podstawa programowa i sprawdzian po szóstej klasie kładą większy niż poprzednio nacisk na sprawność rachunkową.

Czynniki, które mogły wpłynąć na słabe wyniki w zadaniach wymagających rozumowania:

- Pojęcia i własności matematyczne wprowadzane są metodą wykładu.
- Na żadnej z obserwowanych lekcji nauczyciel nie zachęcał uczniów do dostrzegania prawidłowości, ani do samodzielnego wyciągania wniosków.
- Na lekcjach panuje atmosfera „przyjaznej karności”, która powoduje, że uczniowie bardzo rzadko zadają pytania dotyczące rozwiązywanych zadań.
- Zadania problemowe pojawiają się na lekcjach sporadycznie. Jeśli się już jakieś nietypowe zadanie pojawi, to nauczyciel prowadzi uczniów do rozwiązania, zadając szczegółowe pytania pomocnicze.
- Nauczyciel nie pyta uczniów o inne rozwiązania. Na obserwowanych lekcjach tylko raz sam pokazał inny sposób rozwiązania zadania. Uczniowie ani razu nie ośmielili się pokazać innej metody, niż zapisana na tablicy.
- Praca w klasie nad zadaniami zawsze wygląda tak samo: jeden uczeń rozwiązuje na tablicy, a reszta uczniów w zeszytach. Na końcu uczniowie sprawdzają jedynie wynik. Nie ma dyskusji o sposobach rozwiązania. Skutkiem tego jest opinia uczniów, że matematyka jest raczej nudna.

3.2.6. Wnioski z badania klas V

- Nauczyciele matematyki II etapu edukacyjnego nie mają poczucia spójności nauczania matematyki na I i II etapie. Uważają, że w podstawie programowej brakuje powiązania zagadnień realizowanych w klasach I-III z zagadnieniami z klas IV-VI.
- Podstawa programowa i program nauczania są przez nauczycieli utożsamiane z podręcznikiem, z którego uczą. Od jakości podręczników matematyki bezpośrednio zależy jakość nauczania. Nauczyciele biorą z nich nie tylko układ tematów, ale też rozwiązania metodyczne.
- Znaczną część badanych nauczycieli cechuje brak swobody matematycznej. Objawia się on między innymi:
 - narzucaniem uczniom jednego (swojego) sposobu rozwiązania problemu;
 - niechęcią do modyfikowania zadań i metod pracy w zależności od możliwości uczniów czy też pod wpływem przebiegu lekcji;
 - unikaniem zadań wymagających rozumowania i mających wiele poprawnych strategii rozwiązania, zadania algorytmiczne stanowią główną oś nauczania matematyki;
 - nieobecnością na lekcjach powiązań między różnymi działami i zagadnieniami matematycznymi.
- Większość badanych nauczycieli uważa, że dopiero po bardzo dobrym opanowaniu przez uczniów podstawowych umiejętności narzędziowych można zająć się kształtowaniem u nich

umiejętności rozumowania. Nie potwierdza tego porównanie tych dwóch rodzajów umiejętności u badanych uczniów.

- Wspólna praca nauczyciela i uczniów nad zadaniem często sprowadza się do zadawania przez nauczyciela tak szczegółowych pytań pomocniczych, że uczeń właściwie nie uczestniczy w tworzeniu rozwiązania, a tylko kolejno wykonuje drobne instrukcje, które prowadzą do rozwiązania zaplanowanego przez nauczyciela. Zarówno nauczyciel, jak i uczniowie są usatysfakcjonowani tym, że pojawiła się poprawna odpowiedź. Zaniedbywane są nauka metod dochodzenia do rozwiązania i kształcenie umiejętności rozumowania.
- Nauczyciele pracują zwykle z całym zespołem klasowym jednocześnie. Wobec tego wszyscy uczniowie, niezależnie od swojej wiedzy i umiejętności rozwiązują te same zadania w tym samym czasie.
- Nauczyciele matematyki nie opanowali dobrze organizacji pracy zespołowej, nie potrafią dobrać właściwie problemów, które uczniowie mogliby rozwiązywać zespołowo. Efektem tego jest unikanie tej metody pracy.
- Bardzo słabo wykorzystywana jest przez nauczycieli możliwość indywidualizacji pracy uczniów. Choć deklarują oni, że dostrzegają różne potrzeby uczniów słabszych i zdolniejszych, jedynymi widocznymi na lekcji śladami tej refleksji są: dostosowanie tempa pracy klasy do uczniów słabszych i dawanie uczniom zdolniejszym dodatkowych zadań.
- Zarówno nauczyciele, jak i uczniowie mówią, że praca domowa jest ważnym elementem nauczania matematyki. Jednak, mimo że jest ona zadawana bardzo często, sprawdzana jest znacznie rzadziej, a jeszcze rzadziej jest omawiana i wykorzystywana przez nauczyciela do przekazywania uczniowi informacji zwrotnej. Praca domowa nie podlega indywidualizacji. Wszyscy uczniowie otrzymują, jako obowiązkowe, zadania podobne do tych rozwiązywanych na lekcji, a tylko czasem jako dodatkowe i nieobowiązkowe zadania trudniejsze.

4. Podsumowanie i rekomendacje

Dobra podstawa programowa jest warunkiem koniecznym wysokiej jakości nauczania matematyki. Nie jest jednak warunkiem wystarczającym. Nie mniej ważną rolę odgrywają: umiejętności merytoryczne i metodyczne nauczycieli, jakość podręczników i jakość egzaminów końcowych na każdym z etapów nauczania. W badaniu uwidocznił się wpływ wszystkich tych trzech sfer. W szczególności widoczne były:

- niepewność matematyczna nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej i brak swobody w posługiwaniu się matematyką u nauczycieli klas IV-VI;
- przyjmowanie koncepcji nauczania zgodnej w każdym szczególe z tym, co znajduje się w podręczniku;
- odczytywanie celów nauczania matematyki z typów zadań umieszczanych w arkuszach egzaminów zewnętrznych.

Z rozmów z nauczycielami i z obserwacji lekcji wynika, że dla znacznej większości nauczycieli celem nauczania matematyki jest przekazanie uczniom zestawu podstawowych pojęć i algorytmicznych procedur rozwiązywania typowych zadań. Na lekcjach bardzo rzadko pojawiają się elementy bardziej złożonych samodzielnych rozumowań uczniów. Brakuje też dociekań wiążących różne działy matematyki zmierzających do lepszego rozumienia przedmiotu.

Wyniki badania pokazują, jak słaba jest współpraca nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej z nauczycielami matematyki. A współpraca ta jest niezbędna, jeśli nauczanie matematyki ma zachować ciągłość między trzecią a czwartą klasą. Jest też konieczna, by nauczyciel matematyki w klasie czwartej miał pełną wiedzę o możliwościach i potrzebach każdego z uczniów.

Nauczyciele obu badanych etapów nauczania mają dość ubogi realnie stosowany warsztat metodyczny. W codziennej pracy używają tych metod, które zapewniają sprawną organizację lekcji, a unikają metod, które, mimo, że trudniejsze i wymagające większego wysiłku, mogłyby dać lepsze efekty edukacyjne.

Nauczyciele czują się rozliczani tylko z formalnych wskaźników związanych z przeprowadzaniem lekcji. Zmniejsza to ich motywację do poszukiwania bardziej efektywnych, ale też pracochłonnych i trudnych metod nauczania. Biurokratyczne rozliczanie nauczycieli tylko na podstawie dokumentacji może być jednym z powodów osłabienia odpowiedzialności nauczycieli za jakość nauczania. Może też być jedną z przyczyn fasadowej postawy nauczycieli wobec własnej pracy. W ankietach i wywiadach nauczyciele potrafią wymienić wiele różnorodnych metod nauczania, ich zalety, a nawet deklarują, że warto je stosować. W praktyce ograniczają się niemal wyłącznie do jednego stylu nauczania. Stylu opartego na wykładzie i pozornej pracy wspólnej całej klasy pod silną kontrolą nauczyciela.

Nauczyciele nie dostosowują toku lekcji do reakcji uczniów. Być może ich umiejętności matematyczne nie są na tyle głębokie, by mogli to swobodnie robić. To najprawdopodobniej jedna z przyczyn nadmiernej monotoni lekcji matematyki. Nie dzieje się na nich nic, czego nauczyciel nie zaplanował, a zwykle planuje rozwiązywanie kolejnych drobnych algorytmicznych zadań. Lekcje takie są poprawne, ale nie rozwijają uczniów w sposób optymalny.

Rekomendowane zmiany mogące przyczynić się do poprawienia jakości nauczania matematyki w szkole podstawowej:

- Należy zasadniczo zmienić sposób kształcenia przyszłych nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w zakresie przygotowania do uczenia matematyki, a także przyszłych nauczycieli matematyki. Absolwenci tych kierunków muszą swobodnie posługiwać się matematyką szkolną i powinni umieć pogłębiać zagadnienia opisane w podstawie programowej. Przygotowanie nauczycieli do zawodu musi też obejmować znacznie więcej praktycznych umiejętności metodycznych, których nie da się nabyć jedynie za pomocą wykładów. Od nowa należy zatem także przemyśleć funkcjonowanie tzw. szkół ćwiczeń.
- System rekrutacji do zawodu nauczyciela matematyki powinien ulec znacznej modyfikacji. To zawód wymagający nie tylko wiedzy, ale też odpowiednich cech charakteru. Potrzebne są także umiejętności warsztatowe, które nabywa się poprzez praktykę. Samo ukończenie odpowiednich studiów pedagogicznych to za mało by dobrze nauczać matematyki w klasach I-III, a ukończenie studiów matematycznych nie gwarantuje, że absolwent będzie dobrym nauczycielem matematyki. Warto się poważnie zastanowić nad sposobem dopuszczania do zawodu nauczyciela podobnym do systemu egzaminów zawodowych i aplikacji stosowanych w zawodzie lekarza czy prawnika. We wszystkich tych przypadkach oprócz specyficznej wiedzy, potrzebne są umiejętności praktyczne i we wszystkich tych zawodach popełniony błąd przynieść może ogromną, trudną do naprawienia szkodę.
- W ramach kształtowania umiejętności metodycznych nauczycieli należy położyć większy nacisk na sposoby osiągania celów ogólnych kształcenia matematycznego oraz na zachowanie prawidłowych proporcji pomiędzy kształtowaniem sprawności rachunkowych i algorytmicznych a rozwijaniem umiejętności rozumowania.
- Część nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej czuje się bardzo niepewnie w nauczaniu matematyki. Ponieważ nie da się tego stanu poprawić w krótkim czasie, warto zapewnić prawną możliwość prowadzenia zajęć z edukacji matematycznej przez innego nauczyciela, niż nauczyciel na stałe przypisany do danej klasy. Nie musi to być nauczyciel matematyki, wystarczy, że będzie to inny nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej, który się w matematyce pewnie czuje.
- Duży wpływ na jakość nauczania matematyki mają egzaminy zewnętrzne. Proponowane na nich zadania są dla nauczycieli najważniejszą, po podręczniku, wskazówką, jakiego rodzaju matematyki warto uczyć. To od arkuszy egzaminacyjnych w dużej mierze zależy, czy matematyka szkolna opierać się będzie wyłącznie na odtwarzaniu algorytmów, czy też silnie w niej obecne będą rozumienie pojęć, rozumowanie i argumentacja. Dlatego szczególnej dbałości wymaga system przygotowywania arkuszy egzaminacyjnych.
- Podręczniki i inne materiały edukacyjne powinny funkcjonować w systemie wymuszającym ich dobrą jakość. Należy zadbać o to, by to sam nauczyciel, a nie jego dyrektor, wybierał podręcznik, z którym chce pracować.

- Należy dalej rozwijać system diagnozowania umiejętności matematycznych, a w miarę możliwości warto udoskonalać jego funkcjonowanie. Przez diagnozę rozumiemy tu nie prostą ocenę poziomu ogólnych umiejętności (jak na egzaminach końcowych), a wysokiej jakości narzędzia (np. badanie Kompetencje trzecioklasistów (K3) czy Kompetencje piątoklasistów (K5)), dzięki którym nauczyciele będą mogli dla każdego ucznia z osobna wskazać obszary umiejętności matematycznych, w których potrzebna jest interwencja.
- Szkoły podstawowe powinny wdrożyć system współpracy nauczycieli matematyki i nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w zakresie nauczania matematyki. System ten powinien mieć na celu m. in. zapewnienie spójności nauczania matematyki w szkole podstawowej i wymianę informacji o umiejętnościach i potrzebach uczniów.